



FROM DECISION-MAKING TO SCHEMA-BUILDING: COMBINING CONSTRUCTIVISM, DECISION-MAKING, AND MENTAL SCHEMAS IN MATHEMATICS EDUCATION TO ENHANCE MATHEMATICS TEACHING AND LEARNING

ABDULLAH MOHAMMADI

¹Department of Applied Mathematics, Faculty of Mathematical Sciences, Ferdowsi University of Mashhad, Iran
abdhmohammadi@alumni.um.ac.ir

Abstract. This article aims to present a new teaching style in mathematics education by analyzing the dynamic interaction of three key components: “decision-making, constructivism, and mental schemas.” Based on the findings, decision-making education, as the process of designing options, analyzing conditions, and evaluating consequences before making a decision, plays a pivotal role in the formation of cognitively flexible schemas in the context of constructivism. The proposed conceptual model shows that by designing conflict-provoking and problem-oriented situations in the “zone of proximal development,” the teacher encourages students to consciously choose strategies, receive active feedback, and reconstruct solutions. This process not only strengthens the relational understanding of concepts (as opposed to instrumental understanding), but also leads to the formation of stable and transferable schemas through scenarios such as choosing a solution method, error analysis, and problem design. A report of practical experience in a low-motivated classroom confirms the effectiveness of this framework in increasing students’ self-efficacy, critical thinking, and responsibility.

2020 Mathematics Subject Classification. 47A55, 39B52, 34K20, 39B82

Keywords. Decision making, Conceptual schemas, Mathematics education, Active learning, Constructivism

Date: Received 02-08-2025 Revised 04-10-2025 Accepted 17-11-2025 Available Online 20-12-2025

©Ferdowsi University of Mashhad.



از تصمیم‌سازی تا طرحواره‌سازی: تلفیق ساخت‌وسازگرایی، تصمیم‌سازی و طرحواره‌های ذهنی در آموزش ریاضی برای ارتقای تدریس و یادگیری ریاضی

عبدالله محمدی^{*1}

¹ گروه ریاضی کاربردی، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه فردوسی مشهد

abdhmohammadi@alumni.um.ac.ir

چکیده. این مقاله با هدف ارائه‌ی سبک تدریس نوین در آموزش ریاضی، به تحلیل تعامل پویای سه مؤلفه‌ی کلیدی «تصمیم‌سازی، ساخت‌وسازگرایی و طرحواره‌های ذهنی» می‌پردازد. بر اساس یافته‌ها، آموزش تصمیم‌سازی، به‌عنوان فرایند طراحی گزینه‌ها، تحلیل شرایط و ارزیابی پیامدها پیش از تصمیم‌گیری، در بستر ساخت‌وسازگرایی، نقشی محوری در شکل‌گیری طرحواره‌های انعطاف‌پذیر شناختی ایفا می‌کند. مدل مفهومی پیشنهادی نشان می‌دهد که معلم با طراحی موقعیت‌های تعارض‌برانگیز و مسئله‌محور در «منطقه‌ی رشد تقریبی»، دانش‌آموزان را به انتخاب آگاهانه‌ی راهبردها، بازخوردگیری فعال و بازسازی راه‌حل‌ها ترغیب می‌کند. این فرایند نه‌تنها درک رابطه‌ای مفاهیم (در مقابل درک ابزاری) را تقویت می‌کند، بلکه از طریق سناریوهایی مانند انتخاب روش حل، تحلیل خطا و طراحی مسئله، به شکل‌گیری طرحواره‌های پایدار و انتقال‌پذیر می‌انجامد. گزارش تجربه‌ی عملی در کلاس با انگیزه‌ی پایین، مؤید کارایی این چارچوب در افزایش خودکارآمدی، تفکر انتقادی و مسئولیت‌پذیری دانش‌آموزان است.

2010 Mathematics Subject Classification. 47A55, 39B52, 34K20, 39B82

واژگان کلیدی. تصمیم‌سازی، طرحواره‌های مفهومی، آموزش ریاضی، یادگیری فعال، ساخت‌گرایی.
تاریخ: دریافت ۱۴۰۴/۰۵/۱۱ بازنگری ۱۴۰۴/۰۷/۱۲ پذیرش ۱۴۰۴/۰۸/۲۶ انتشار برخط ۱۴۰۴/۰۹/۲۹
نحوه ارجاع به این مقاله: ع.محمدی، از تصمیم‌سازی تا طرحواره‌سازی: تلفیق ساخت‌وسازگرایی، تصمیم‌سازی و طرحواره‌های ذهنی در آموزش ریاضی برای ارتقای تدریس و یادگیری ریاضی، به سوی علوم ریاضی، ۵ (۱۴۰۴)، شماره ۱، ۲۴-۳۷.
©دانشگاه فردوسی مشهد.

۱. پیش‌گفتار

یادگیری ریاضی فراتر از به‌خاطر سپردن فرمول‌ها و اجرای روش‌های محاسباتی است. در واقع، کیفیت یادگیری زمانی ارتقا می‌یابد که دانش‌آموزان درگیر فرایندهای شناختی^۱ فعال همچون تحلیل، ارزیابی، به‌ویژه «تصمیم‌سازی»^۲ و «تصمیم‌گیری»^۳ شوند. در این مسیر، انتخاب (تصمیم‌گیری) آگاهانه‌ی راهبردها به‌عنوان یک قابلیت شناختی کلیدی، نقش مهمی در ساخت مفاهیم ریاضی ایفا می‌کند؛ چرا که دانش‌آموز باید از میان راهبردهای مختلف، راه‌حل مناسب را بر پایه فهم خود انتخاب کند. اما تصمیم‌سازی مهارتی اتفاقی نیست [۱۸]. این کار نیازمند آموزش هدفمند، تمرین عملی و نهاده‌سازی آن در فعالیت‌های ریاضی است.

از سوی دیگر، نظریه‌های یادگیری ساخت‌گرایانه، به‌ویژه دیدگاه پیاژه^۴ و ویگوتسکی^۵، بر اهمیت «ساختن فعال دانش توسط یادگیرنده» تأکید دارند [۱۵، ۲۵]. در ساخت‌وسازگرایی^۶، یادگیرنده نه دریافت‌کننده‌ی منفعل، بلکه سازنده‌ی فعال است که دانش را بر پایه‌ی تجربیات پیشین و تعامل با محیط می‌سازد. در این نظریات، اگرچه به‌طور صریح به «تصمیم‌سازی» اشاره نشده است، این مفهوم به‌شدت در هسته‌ی آن‌ها حضور دارد. در این چارچوب، تصمیم‌سازی می‌تواند به‌عنوان سازوکاری کلیدی در شکل‌گیری مفاهیم جدید تلقی شود.

یک پیامد مهم آموزش ساخت‌گرایانه و تصمیم‌محور، شکل‌گیری «طرحواره‌های ذهنی»^۷ منسجم و انعطاف‌پذیر است. طرحواره‌ها ساختارهایی ذهنی هستند که تجارب گذشته را سازمان‌دهی می‌کنند و راهنمای عمل در موقعیت‌های جدید هستند [۸]. همان‌طور که اسکمپ^۸ (۱۹۷۶) استدلال می‌کند، آموزش مبتنی بر درک رابطه‌ای (نه درک ابزاری) از طریق ایجاد طرحواره‌های انعطاف‌پذیر و فراهم‌آوردن فرصت‌های اکتشافی، زمینه‌ساز تصمیم‌سازی آگاهانه و درک عمیق ریاضی می‌شود [۲۱]. بنابراین، آموزش تصمیم‌سازی و فراهم‌کردن فرصت‌هایی برای انتخاب، می‌تواند باعث تقویت طرحواره‌های شناختی دانش‌آموزان شود که به نوبه‌ی خود یادگیری پایدار و باکیفیت را به دنبال خواهد داشت.

متأسفانه، در بسیاری از کلاس‌های ریاضی، آموزش بر انتقال الگوریتم‌های ثابت و پاسخ‌های از پیش تعیین‌شده متمرکز است. در نتیجه، فرصت‌های لازم برای تمرین تصمیم‌سازی و درگیری شناختی کاهش می‌یابد. همان‌طور که هیبرت^۹ و گروز^{۱۰} (۲۰۰۷) و بولر^{۱۱} (۱۹۹۸) نشان داده‌اند، این رویکرد منجر به یادگیری سطحی و طرحواره‌های ناقص می‌شود [۹، ۱۲]. مطالعه‌ی هاث^{۱۲} (۲۰۲۲) و همکاران نشان می‌دهد که بسیاری از ضعف‌های دانش‌آموزان در ریاضی ناشی از بدفهمی‌های مفهومی است و توانایی معلم در شناسایی و برخورد مناسب با این خطاها، عاملی کلیدی در بهبود یادگیری است [۱۳]. وقتی معلمان از ابزارهای ملموس

¹Cognitive processes²Decision Making³Decision Taking⁴Piaget⁵Vygotsky⁶Constructivism⁷Mental Schemas⁸Skemp⁹J. Hiebert¹⁰Douglas A. Grouws¹¹Boaler, J.¹²Jessica Hoth

و فیزیکی مثل «کاشی‌های جبری»^{۱۳} استفاده می‌کنند، می‌توانند بدفهمی‌ها و تصورات نادرست دانش‌آموزان در جبر را اصلاح کنند و باعث شوند که درک مفهومی ریاضی دانش‌آموزان قوی‌تر و صحیح‌تر شود [۲۳]. این موضوع برای یک آموزش‌دهنده ریاضی بسیار با اهمیت است؛ تشکیل ناقص یا نادرست یک طرحواره می‌تواند به شدت یادگیری‌های بعدی فراگیران را تحت تأثیر قرار دهد و باعث بدفهمی‌های درازمدت در آن‌ها شود که مسئولیت یک آموزش‌دهنده ریاضیات را دوچندان می‌کند. در حالی که یک طراحی آموزشی متناسب با ساخت‌وسازگرایی، با تمرکز بر آموزش «تصمیم‌سازی» می‌تواند فهم ریاضی را عمیق‌تر کند و توانایی حل مسئله را در دانش‌آموزان پرورش دهد.

بر این اساس، این مقاله با هدف بررسی رابطه‌ی سه‌گانه میان تصمیم‌سازی، ساخت‌وسازگرایی و طرحواره‌های ذهنی، به تبیین نقش آن‌ها در بهبود روش تدریس ریاضی و ارتقای فرایند یاددهی-یادگیری می‌پردازد. در این راستا، با تکیه بر چارچوب‌های نظری و شواهد پژوهشی، سعی خواهد شد نشان داده شود که چگونه آموزش هدفمند تصمیم‌سازی با رویکرد ساخت‌گرایانه می‌تواند به شکل‌گیری طرحواره‌های مؤثر و در نهایت به بهبود عملکرد ریاضی دانش‌آموزان منجر شود.

۲. پیشینه‌ی پژوهش

در سال‌های اخیر، توجه به ساختن‌گرایی و مهارت‌های فراشناختی از جمله تصمیم‌گیری از طریق آموزش‌های ریاضی مورد توجه بوده است. سلیمی (۱۴۰۲) به کاوش در ارتباط میان تفکر ریاضی و مهارت‌های تصمیم‌گیری و حل مسئله در زندگی روزمره دانش‌آموزان می‌پردازد. این پژوهش تفکر ریاضی را به عنوان یک مهارت حیاتی برای حل مسائل روزمره و اتخاذ تصمیمات معرفی می‌کند [۲]. سلیمانی و همکاران (۱۳۹۸) نشان داده‌اند که آموزش با رویکرد ساختن‌گرایی شناختی بر یادگیری و یادداری دانش‌آموزان پایه‌ی ششم مؤثر است [۳]. در یک مطالعه‌ی مشابه، شاه‌ولی و همکاران (۱۳۹۷) با هدف بررسی تأثیر روش تدریس ساختن‌گرایی بر خلاقیت دانش‌آموزان پسر پایه‌ی ششم روی ۴۸ دانش‌آموز پسر نتیجه گرفتند روش ساختن‌گرایی به طور معناداری خلاقیت دانش‌آموزان را نسبت به روش سنتی افزایش می‌دهد. این بهبود ناشی از فعال‌سازی دانش‌آموزان در فرایند یادگیری است [۵]. با هدف تعیین تأثیر آموزش تفکر ریاضی بر عملکرد ریاضی دانش‌آموزان پایه‌ی دوم ابتدایی، رضاپور و همکاران (۱۳۹۵) پس از ۱۱ جلسه آموزش تفکر ریاضی، تأثیر معناداری را در عملکرد ریاضی دانش‌آموزان شرکت‌کننده مشاهده کردند [۶]. شونفلد^{۱۴} (۱۹۸۵) نشان داد که کنترل فراشناختی (شامل تصمیم‌گیری) هسته‌ی اصلی «رفتار ریاضی‌وار» است و آموزش صریح آن به عنوان بخشی از تفکر ریاضی ضروری است [۱۷]. ساخت‌وسازگرایی به عنوان یکی از نظریه‌های مسلط یادگیری، زمینه‌ای غنی برای طراحی آموزشی فراهم می‌کند. از دید استف^{۱۵} و گیل^{۱۶} (۱۹۹۵)، تصمیم‌گیری هسته‌ی مرکزی ساختارگرایی رادیکال است. آن‌ها استدلال می‌کنند دانش‌آموزان زمانی در تصمیم‌گیری ماهر می‌شوند که در فرایند ساخت دانش فعالانه درگیر شوند، حق خطا و بازنگری داشته باشند و توسط معلمی که تضاد شناختی ایجاد می‌کند هدایت شوند [۲۲].

از مهم‌ترین منابع ایجاد بدفهمی می‌توان تصویرهای ذهنی نامناسب، استنتاج‌های غلط و عدم تشکیل طرحواره‌های مناسب دانست [۱]. در این میان، مطالعات اندکی به تلاقی سه محور تصمیم‌سازی، ساخت‌وسازگرایی و طرحواره پرداخته‌اند. به‌ویژه در پژوهش‌های داخلی، کمتر دیده می‌شود که فرایند آموزش تصمیم‌سازی در بستر ساخت‌گرایانه تحلیل شود و اثر آن بر شکل‌گیری طرحواره‌های ذهنی بررسی گردد. این خلأ درک ما را از سازوکارهای یادگیری ریاضی ناقص باقی گذاشته است. نوآوری این مقاله در ارائه‌ی یک دیدگاه تلفیقی است که سه بعد مهم شناختی، آموزشی و ساختاری در یادگیری ریاضی را به هم پیوند می‌دهد. این رویکرد

¹³Algebra Tiles

¹⁴Schoenfeld, Alan

¹⁵Steffe, L. P.

¹⁶Gale, J.

نویسنه تنها درک بهتری از نقش تصمیم‌سازی در کلاس درس ایجاد می‌کند، بلکه راه را برای بازطراحی روش‌های تدریس بر پایه‌ی نظریه‌های یادگیری مدرن هموار می‌سازد.

۳. چارچوب نظری و مدل مفهومی

در آموزش ریاضی، کیفیت فرایند یاددهی-یادگیری به میزان قابل توجهی به توانمندی‌های شناختی و فراشناختی دانش‌آموزان در فرایند حل مسئله و تصمیم‌گیری وابسته است. اسکمپ (۱۹۷۶) دو نوع درک ریاضی را معرفی کرد: درک رابطه‌ای^{۱۷} و درک ابزاری^{۱۸}. بر اساس تحلیل‌های او، طرحواره‌های عمیق معمولاً در نتیجه‌ی آموزش بر مبنای درک رابطه‌ای شکل می‌گیرند [۲۱]، که نیازمند تصمیم‌سازی فعال و تعامل شناختی است. در این راستا، سه مفهوم کلیدی تصمیم‌سازی و تصمیم‌گیری، ساخت‌وسازگرایی در یادگیری و طرحواره‌های ذهنی، به‌عنوان ارکان نظری مقاله‌ی حاضر، در تعامل با یکدیگر بررسی می‌شوند.

۱.۳. تصمیم‌سازی و تصمیم‌گیری در آموزش ریاضی: تفاوت‌های ظریفی بین دو اصطلاح تصمیم‌سازی و تصمیم‌گیری وجود دارد. این تفاوت بیش از یک ظرافت معنایی است. عبارت تصمیم‌سازی در فرهنگ لغت آنلاین روانشناسی آپا^{۱۹} به این صورت تعریف می‌شود: «فرایند شناختی انتخاب بین دو یا چند گزینه، از گزینه‌های نسبتاً واضح تا گزینه‌های پیچیده». از طرفی، آندریاس^{۲۰} (۲۰۲۰) به وضوح توضیح می‌دهد که تصمیم‌گیری، عمل انتخاب بین دو یا چند مسیر اقدام است [۷]. به عبارت دیگر، تصمیم‌سازی یک فرایند و تصمیم‌گیری یک انتخاب است. تصمیم‌گیری در حل مسئله‌های ریاضی نیازمند ترکیب خلاقانه‌ی گزینه‌ها، ارزیابی نظام‌مند آن‌ها و انتخاب راه‌حل بهینه است [۲۰]. از این منظر می‌توان گفت تصمیم‌سازی از لحاظ ترتیب زمانی قبل از تصمیم‌گیری اتفاق می‌افتد که باید در آن، دانش‌آموز با طراحی گزینه‌ها، تحلیل شرایط و برآورد پیامدها به ساختار ذهنی روشنی برای حل مسئله دست یابد.

۲.۳. نظریه ساخت‌وسازگرایی: ساخت‌وسازگرایی، به‌عنوان دیدگاهی غالب در یادگیری معاصر، بر این اصل استوار است که یادگیرنده دانش را به‌صورت فعال و در تعامل با محیط خود می‌سازد [۱۵]. در این نظریه، معلم نقش راهنما و تسهیل‌گر را دارد و دانش‌آموز، از طریق تجربه، کاوش و بازانديشي، مفاهيم را درون‌سازی می‌کند. مطابق با نظریه‌های ویگوتسکی و پیازه، یادگیری زمانی معنادارتر است که در بسترهای اجتماعی، فرهنگی و مسئله‌محور اتفاق بیفتد. یادگیری تصمیم‌سازی را می‌توان یکی از مصادیق عملی ساخت‌وسازگرایی تلقی کرد؛ زیرا دانش‌آموز با فعالیت‌های باز، تحلیل موقعیت‌های متغیر و تجربه‌ی پیامدهای انتخاب خود، به درک عمیق‌تری از مفاهیم می‌رسد [۱۴]. به عنوان مثال، چنانچه دانش‌آموز پس از انجام تلاش‌های مکرر و بازمینی‌های شناختی (آزمودن تصمیم‌های مختلف و ساخت مسیر)، بتواند میان روش دلتا و روش مربع کامل کردن ارتباط مفهومی برقرار سازد، درک عمیق‌تر و پایدارتری از مفهوم مورد نظر کسب خواهد کرد. در این فرایند، وی با ارزیابی و اصلاح تصمیم‌هایش به این نتیجه نهایی می‌رسد که روش دلتا، شکل فشرده‌شده و تعمیم‌یافته‌ی روش مربع کامل کردن است (تصمیم‌گیری).

۳.۳. طرحواره‌های ذهنی و فرایند سازمان‌دهی شناختی: طرحواره‌ها، ساختارهای شناختی پایداری هستند که تجربه‌های یادگیری را سازمان‌دهی کرده و امکان بازیابی و انتقال دانش را در موقعیت‌های جدید فراهم می‌کنند [۸]. درگیر کردن دانش‌آموز در حل مسئله به نحوی که به ساخت طرحواره‌های پایدار بینجامد، موجب تسهیل استفاده‌ی کارآمد از دانش پیشین در موقعیت‌های جدید می‌شود [۲۴]. زمانی که دانش‌آموزان بتوانند تصمیمات خود را مبتنی بر منطق ریاضی و تجربه‌ی قبلی سازمان دهند، طرحواره‌های مؤثری شکل

¹⁷Relational

¹⁸Instrumental

¹⁹APA Dictionary of Psychology: <https://dictionary.apa.org/>

²⁰Federico de Andreis

می‌گیرد که موجب تثبیت مفاهیم می‌گردد و به دانش‌آموز کمک می‌کند در مواجهه با موقعیت‌های جدید، از دانش پیشین خود به صورت کارآمد استفاده کند.

۴.۳. پیوند مفهومی سه مؤلفه: بر اساس مبانی نظری یادشده، آموزش تصمیم‌سازی به دانش‌آموز، موجب درگیری شناختی فعال و فراهم‌آوردن زمینه‌ای برای درونی‌سازی دانش در چارچوب یادگیری ساخت‌گرایانه می‌شود. در شکل (۱)، مؤلفه‌های اصلی سبک تدریس با مستطیل‌هایی کمرنگ مشخص شده‌اند.

در این الگو، معلم با طراحی یک محیط یادگیری ساخت‌گرایانه، دانش‌آموز را در معرض تعارض‌های شناختی قرار می‌دهد. در نتیجه، یادگیرنده در تعامل فعال با معلم و مفاهیم ریاضی، به سوی کشف و انتخاب روش‌های حل مسئله همسو با اهداف آموزشی هدایت می‌شود. در این فرایند، او با یافتن گزینه‌های مختلف بر اساس موقعیت مسئله، به آزمون و خطا، استدلال منطقی و ارزیابی ذهنی گزینه‌ها ترغیب می‌شود. تلاش برای تنظیم و اصلاح این روش‌ها، خود به مثابه‌ی فرایند آموزش تصمیم‌سازی عمل می‌کند. پس از انتخاب راه‌حل و مشاهده‌ی نتایج، معلم با ارائه‌ی بازخوردهای هدفمند، مسیر یادگیری را هدایت می‌کند. در صورتی که بازخوردها بر ناکارآمدی راه‌حل دلالت داشته باشند، فراگیر ناگزیر به بازنگری و اصلاح راهبردهای خود می‌شود؛ موضوعی که او را در چرخه‌ای از انتخاب، ارزیابی و بهینه‌سازی راه‌حل‌ها قرار می‌دهد.

فرایند آموزش تصمیم‌سازی شامل انتخاب راه‌حل مناسب، تحلیل خطاها و ارزیابی گزینه‌های ممکن، در بستر محیطی ساخت‌گرایانه، دانش‌آموز را در موقعیت‌های خلق معنا، آزمودن فرضیه و پرورش تفکر مستقل قرار می‌دهد. این تعامل فعال، موجب شکل‌گیری طرحواره‌های شناختی غنی‌تر و پویاتر شده و در نهایت به یادگیری عمیق‌تر و پایدارتر منجر می‌شود.

در این مدل، تصمیم‌سازی و تصمیم‌گیری به مثابه‌ی فرایندهایی شناختی و فعال، تحت تأثیر زمینه‌های مسئله‌محور، نیازمند آموزش هدفمند هستند. در چنین حالتی، یادگیرنده از طریق مشارکت در بحث، مشاهده‌ی راه‌حل‌های متنوع و تعامل با دیگر فراگیران، به ساخت دانش خود پرداخته و بینش ریاضی خود را ارتقاء می‌دهد.

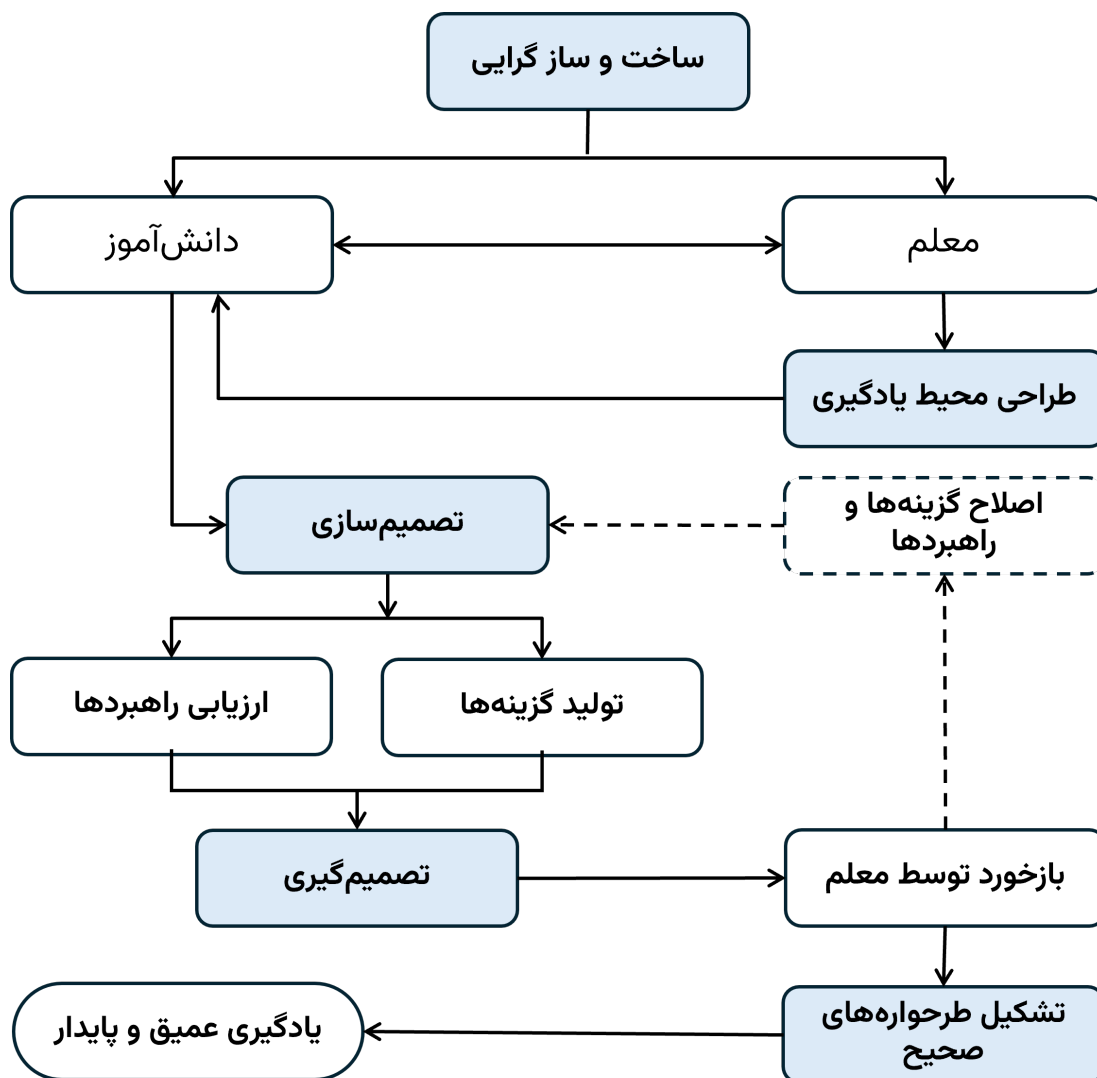
۴. تحلیل کاربردی چارچوب نظری در آموزش ریاضی

۱.۴. نقش معلم در آموزش تصمیم‌سازی با رویکرد ساخت‌وسازگرایی: در رویکرد ساخت‌گرایانه، معلم دیگر صرفاً انتقال‌دهنده‌ی دانش نیست، بلکه تسهیل‌گر موقعیت‌های یادگیری است؛ موقعیت‌هایی که در آن‌ها دانش‌آموز با چالش‌های تصمیم‌گیری مواجه می‌شود [۱]. بر اساس دیدگاه ویگوتسکی، یادگیری زمانی معنادار خواهد بود که در «منطقه‌ی رشد تقریبی»^{۲۱} رخ دهد؛ یعنی جایی که دانش‌آموز در مرز میان دانسته‌های فعلی خود و توانایی‌هایی که با راهنمایی قابل دستیابی‌اند، قرار می‌گیرد.

آموزش تصمیم‌سازی فرصتی برای فعال‌سازی فرایندهای شناختی در این مرز یادگیری فراهم می‌سازد. در این بافت، نقش معلم تنها در طراحی محتوای ریاضی خلاصه نمی‌شود؛ بلکه او باید سناریوهایی آموزشی طراحی کند که در آن‌ها دانش‌آموز ناگزیر به انتخاب، ارزیابی و بازنگری راه‌حل‌ها باشد [۱۰]. چنین فعالیت‌هایی، به صورت مستقیم یادگیرنده را در فرایند تصمیم‌سازی درگیر می‌کنند و زمینه‌ساز یادگیری عمیق‌تر و پایدارتری می‌شوند.

۲.۴. سناریوهایی از کلاس درس ریاضی برای آموزش تصمیم‌سازی: برای تحقق عملی چارچوب نظری، نمونه‌هایی از موقعیت‌های کلاسی ارائه می‌شود که در آن‌ها معلم از دانش‌آموزان می‌خواهد در موقعیت‌های گوناگون تصمیم‌سازی کنند. سناریو ۱: در تمرین هندسه، مسئله‌ای مطرح می‌شود که می‌توان با استفاده از مثلثات یا مساحت حل کرد. معلم از دانش‌آموزان می‌خواهد دو روش را بررسی و بهترین راه را با دلایل منطقی انتخاب کنند (انتخاب روش حل مسئله).

²¹Zone of Proximal Development (ZPD)



شکل ۱: مدل مفهومی تدریس با هدف آموزش تصمیم‌سازی بر اساس نظریه‌ی ساخت‌وسازگرایی

سناریو ۲: چند پاسخ مختلف از دانش‌آموزان در حل معادله‌ای ارائه می‌شود. از دانش‌آموزان خواسته می‌شود بررسی کنند کدام پاسخ صحیح است و چرا، و سپس تصمیم بگیرند کدام مسیر حل را معتبر بدانند (تحلیل خطا).

سناریو ۳: معلم از دانش‌آموزان می‌خواهد با توجه به مبحث «تابع»، یک مسئله طراحی کنند که در آن حل‌کننده ناچار به تصمیم‌گیری میان دو روش تحلیلی و گرافیکی باشد (طراحی سؤال).

این سناریوها، دانش‌آموزان را در معرض تجربه‌ی تصمیم‌سازی فعال قرار می‌دهند و تفکر فراشناخت آن‌ها را درگیر می‌کنند [۲۶].

۳.۴. تأثیر تصمیم‌سازی بر شکل‌گیری طرحواره‌های ذهنی: تصمیم‌سازی موجب «معنادار شدن تجربه» برای دانش‌آموز می‌شود. هر زمان که دانش‌آموز بین چند گزینه انتخاب می‌کند و بازخوردی از نتایج آن تصمیم دریافت می‌کند، ساختار ذهنی خود را بازسازی یا تقویت می‌کند. این همان فرایند شکل‌گیری یا اصلاح طرحواره‌هاست [۱۶، ۱۱].

۴.۴. تأثیر بر طراحی فعالیت‌های آموزشی و روش تدریس معلمان: از این چارچوب نظری می‌توان برای بازطراحی برنامه‌ی درسی و فعالیت‌های کلاسی بهره برد. به‌طور خاص:

فعالیت‌ها باید چند راه‌حل‌پذیر و چندمعنایی باشند تا تصمیم‌سازی را فعال کنند [۱۹]. ارائه‌ی بازخورد کیفی در مسیر تصمیم‌گیری دانش‌آموز بسیار مهم است. معلم باید پرسش‌هایی بپرسد که بر استدلال، ارزیابی و انتخاب تأکید داشته باشد، نه فقط پاسخ صحیح. از این منظر، آموزش تصمیم‌سازی تنها یک راهبرد یادگیری نیست، بلکه یک محور اساسی طراحی تدریس اثربخش در آموزش ریاضی محسوب می‌شود.

۵. گزارش کیفی یک تجربه‌ی مبتنی بر نظریه‌ی ساخت‌وسازگرایی و آموزش تصمیم‌سازی

در سال تحصیلی ۱۴۰۳، مطالعه‌ای کیفی توسط نگارنده در کلاس ریاضی پایه‌ی دهم انسانی با دانش‌آموزانی که به‌طور عمومی دچار ضعف شدید در ریاضیات بودند، اجرا شد. اغلب دانش‌آموزان فاقد انگیزه، هدف، برنامه‌ریزی فردی و حتی امید به یادگیری بودند. بخشی از آنان تنها برای حضور فیزیکی در کلاس شرکت می‌کردند و هیچ مشارکت فعالی در فرایند آموزشی نداشتند. این زمینه، فرصتی را برای طراحی و اجرای یک الگوی آموزشی مبتنی بر نظریه‌ی ساخت‌وسازگرایی فراهم آورد.

مرحله‌ی اول: گفت‌وگوی شناختی-عاطفی برای بازسازی نگرش‌ها در مهرماه و هفته‌ی اول آبان، آموزش رسمی ریاضی موقتاً کنار گذاشته شد و گفت‌وگوهایی غیررسمی با دانش‌آموزان داوطلب و علاقه‌مند حول موضوعاتی چون خودباوری، مسئولیت‌پذیری در تصمیم‌گیری و شناسایی توانمندی‌های فردی شکل گرفت. عمده‌ی این گفتمان‌ها بر محور ترس و اضطراب نهفته در افکار فراگیران، ترغیب آن‌ها به پذیرش ریاضیات به‌عنوان بخشی جدایی‌ناپذیر از آموزش عمومی، اهمیت آن در مشاغل آینده و نیز بدفهمی‌های رایج صورت گرفت. این مباحث با هدف سوق دادن فراگیران به تصمیم آگاهانه برای تغییر نگرش و پذیرش مسئولیت یادگیری مطرح شد. بدین ترتیب نخستین گام‌های آموزش تصمیم‌سازی برداشته شد. نمونه‌هایی از محورهای گفتگو در ادامه آورده شده است:

- غلبه بر ترس شرط اولیه‌ی یادگیری است، زیرا ترس نقش یک عامل بازدارنده را ایفا می‌کند.
- بدون اراده‌ی کافی و تصمیم قطعی برای یادگیری از سوی فراگیران، تلاش‌های معلم به نتیجه‌ی مؤثر نخواهد رسید.
- بسیاری از خطاهای گذشته ناشی از بدفهمی است، نه ناتوانی فراگیران در آموختن ریاضی. به عنوان مثال، هنگامی که از دانش‌آموزان خواسته شد مقدار $5x + 1$ را به ازای $x = 2$ محاسبه کنند، آنچه مشاهده شد عبارت بود از: $5 \times 2 + 1$. همچنین در محاسبه‌ی مقدار x^2 به ازای $x = 3$ ، پاسخ اکثر فراگیران 6 است که ناشی از درک نادرست تفاوت بین توان و ضرب است.

این مرحله، نقش آماده‌سازی روان‌شناختی برای درگیر کردن دانش‌آموزان در سطح «منطقه‌ی رشد تقریبی» ویگوتسکی را ایفا می‌کند؛ جایی که یادگیرنده از طریق تعامل با معلم در آستانه‌ی ورود به فرایند یادگیری معنادار قرار می‌گیرد. همچنین ترغیب به تغییر شیوه‌ی تفکر و تصحیح خطاها همراه با تأکید بر انتخاب آگاهانه‌ی مسیرهای رسیدن به پاسخ، به‌عنوان بخشی از فرایند تصمیم‌سازی در چرخه‌ی بازخورد شکل (۱) می‌تواند مورد توجه قرار بگیرد.

مرحله‌ی دوم: طراحی تکالیف توصیفی و آغاز آموزش تصمیم‌سازی در گام بعد، مجموعه‌ای از تکالیف توصیفی مبتنی بر محتوای کتاب درسی طراحی شد. این تکالیف دارای چند ویژگی اساسی بودند: (۱) در سطح شناختی پایه‌ی دانش‌آموزان ضعیف طراحی شدند تا دسترس‌پذیر باشند، (۲) به‌جای استفاده‌ی مستقیم از فرمول‌های جبری، در قالب روایت‌ها و موقعیت‌های روزمره بیان شدند تا دانش‌آموزان بتوانند ارتباط شخصی برقرار کنند، (۳) ساختار مسأله‌ها به‌گونه‌ای بود که دانش‌آموز ناگزیر می‌شد بین چند استدلال یا راه‌حل تصمیم بگیرد؛ بدین ترتیب عنصر «آموزش تصمیم‌سازی» درون فعالیت‌های ریاضی گنجانده شد. نمونه‌ای از این مسائل به شرح زیر است:

- سه دوست برای خرید یک کتاب کمک‌آموزشی پول‌هایشان را روی هم می‌گذارند. علی ۲۰ هزار تومان دارد، سارا دو برابر او پول دارد و مریم ۱۰ هزار تومان کمتر از علی دارد. قیمت کتاب ۸۰ هزار تومان است. بررسی کنید آیا مجموع پول آن‌ها برای خرید کافی است یا خیر و توضیح دهید چگونه به نتیجه رسیدید.
- بازیکنی با شیب ۳۰ درجه از فاصله‌ی صد متری به سمت دروازه توپی را شوت می‌کند. اگر حداکثر ارتفاع توپ ۵ متر باشد، محل فرود توپ را بررسی کنید.
- یک مخزن آب می‌تواند یک ساختمان ۴ طبقه را به مدت ۶ روز تأمین کند. اگر ساختمان ۶ طبقه باشد، همین مخزن برای چند روز کافی خواهد بود؟
- دانش‌آموزی در ۴ امتحان ریاضی به ترتیب نمره‌های ۸، ۱۲، ۱۰ و ۱۵ گرفته است. او برای قبولی نیاز به معدل ۱۰ دارد. بررسی کنید آیا قبولی او قطعی است یا هنوز در معرض خطر است؟

این‌گونه تکالیف علاوه بر تقویت مهارت حل مسأله، دانش‌آموزان را در موقعیت‌هایی قرار می‌دهند که نیازمند انتخاب، ارزیابی و تصمیم‌گیری آگاهانه هستند. بنابراین نقش آن‌ها صرفاً تمرین ریاضی نیست، بلکه تمرینی در «تصمیم‌سازی» و ایجاد مسئولیت فردی در فرایند یادگیری به شمار می‌رود. در این مرحله، امتیازدهی نیز به نحوی انجام شد که اگر دانش‌آموز بتواند خطای خود را شناسایی کند، امتیاز بالاتری کسب می‌کرد و اگر دیگری خطا را بیابد، فرد پاسخ‌دهنده می‌بایست دلیل خطا را توضیح دهد. این فرایند، دانش‌آموزان را به درون‌نگری شناختی و تحلیل خودمحورانه سوق می‌دهد و مقدمات شکل‌گیری مهارت تصمیم‌سازی را فراهم می‌آورد.

مرحله‌ی سوم: تحلیل روش‌ها، تصمیم‌سازی و تعمیم طرحواره‌ها در ادامه‌ی مسیر، مشخص شد بسیاری از پاسخ‌های صحیح ارائه‌شده، گرچه منجر به نتیجه‌ی درست می‌شدند، اما از انسجام ریاضیاتی لازم برخوردار نبودند. در این مرحله، تمرکز کلاس بر توصیف گام‌به‌گام روش حل، بحث جمعی پیرامون راه‌حل‌ها و تصمیم‌گیری گروهی در مورد روش بهینه قرار گرفت. دانش‌آموزان موظف بودند روش حل خود را به‌صورت شفاهی و با جزئیات کامل شرح دهند و سایر دانش‌آموزان نیز در مورد نقاط قوت و ضعف آن اظهارنظر کنند. نمونه‌هایی از این مباحث عبارت‌اند از:

- معمولاً می‌توانند در مسائل ساده جواب نهایی را با محاسبات ذهنی به‌دست آورند، اما در تبدیل محاسبات به یک روند ریاضیاتی مشکل دارند. به عنوان مثال، در یافتن مقدار عددی «اگر دو برابر عددی منهای ۷ برابر ۵ باشد، آن عدد چیست؟» مشکلی ندارند، اما در یافتن « $2x - 7 = 5$ » به شکل نوشتار رسمی ریاضی ناتوان هستند.
- پس از تدریس روش دلتا برای حل معادلات درجه دو، صرفاً به شکل جایگذاری مقادیر در فرمول ریاضی از آن استفاده می‌کنند، اما نمی‌توانند ارتباط مفهومی برقرار کنند و هیچ ارتباطی بین روش مربع کامل کردن و روش دلتا نمی‌بینند.
- در حل معادلات گویا، عمل مخرج مشترک را صرفاً با ضرب مخرج‌ها انجام می‌دهند، ولی برتری ک.م.م (کوچکترین مضرب مشترک) را درک نمی‌کنند.

به منظور مقابله با ضعف‌های موجود و پرورش تصمیم آگاهانه، به توصیف چگونگی برخورد با مثال اول می‌پردازیم: در این مورد از فراگیران خواسته می‌شود آنچه را که به‌طور ذهنی به جواب رسیده‌اند، بارها و بارها مکتوب کنند. پس از موفقیت در این گام، خواسته می‌شود محاسباتشان را با مقادیر مختلف بیازمایند و یک الگوی مشترک بیابند. معلم به‌عنوان تسهیل‌گر تا رسیدن به الگوی « $ax + b = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{a}$ » فراگیران را راهنمایی می‌کند، اما پذیرفتن رابطه‌ی نهایی براساس تجربه‌ی یادگیری به‌طور آگاهانه صورت می‌گیرد. در این تجربه می‌توان به دستاوردهای زیر اشاره کرد:

- این تعامل منجر به فعال‌سازی طرحواره‌های ذهنی نهفته و تقویت طرحواره‌های جدید می‌شود؛ زیرا دانش‌آموزان می‌آموزند چگونه از یافته‌های پیشین خود دفاع کرده و از آن‌ها در حل مسائل جدید استفاده کنند. همچنین تعمیم راه‌حل‌ها به مسائل مشابه، به‌طور مستقیم توانایی تصمیم‌سازی را در آن‌ها پرورش می‌دهد.

- تحریک شناختی و اعتماد به نفس: جستجوی خطا در پاسخ‌های خود، فعالیت مغزی و شناختی دانش‌آموزان را افزایش می‌دهد و موجب شکل‌گیری احساس کاوشگری و خودکارآمدی می‌شود.
 - شناسایی خطاهای دیگران نه تنها قدرت تحلیل‌گری را تقویت می‌کند، بلکه مشارکت مؤثر در یادگیری جمعی را در دانش‌آموزان بالا می‌برد.
 - تقویت قدرت تصمیم‌سازی: تعمیم راه‌حل‌ها به موقعیت‌های جدید و تحلیل گزینه‌های مختلف، مصداقی از تصمیم‌سازی در زمینه‌ی ریاضی است که به صورت تدریجی آموزش داده می‌شود.
 - توسعه‌ی مهارت‌های زبانی و توصیفی: شرح شفاهی و نوشتاری راه‌حل‌ها منجر به تقویت مهارت استدلال شفاهی و سازمان‌دهی ذهنی مطالب در دانش‌آموزان می‌شود.
- این تجربه‌ی کیفی نشان می‌دهد که با استفاده از رویکرد ساخت‌گرایانه و تمرکز بر تصمیم‌سازی در فرایند یادگیری، می‌توان حتی در کلاس‌هایی با انگیزه‌ی پایین، مسیر تحول شناختی و آموزشی پایدار ایجاد کرد؛ مسیری که نه تنها به یادگیری ریاضی، بلکه به پرورش تفکر، خودباوری و مسئولیت‌پذیری نیز منجر می‌شود.

۶. بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله تلاش شد با ترکیب سه مؤلفه‌ی نظری تصمیم‌سازی، ساخت‌وسازگرایی و طرحواره‌های ذهنی، مدلی مفهومی برای بهبود فرایند یاددهی-یادگیری در آموزش ریاضی طراحی و تحلیل شود. بر پایه‌ی مبانی نظری، آموزش مهارت‌های تصمیم‌سازی به دانش‌آموزان، زمانی اثربخش خواهد بود که در بستری از یادگیری فعال و ساخت‌گرایانه صورت گیرد [۱۴]. این فرایند باعث شکل‌گیری تدریجی طرحواره‌های ذهنی پایدار می‌شود که نقشی کلیدی در درک عمیق مفاهیم ریاضی دارد.

تحلیل سناریوهای آموزشی نشان داد که اگر معلمان با آگاهی از مراحل تصمیم‌سازی در طراحی فعالیت‌های کلاسی، دانش‌آموزان را در موقعیت‌های «تصمیم‌محور» قرار دهند، هم مشارکت یادگیرندگان افزایش یافته و هم فرایند یادگیری شخصی‌تر و عمیق‌تر خواهد شد. تصمیم‌سازی، در این چارچوب، دیگر فقط یک مهارت جانبی نیست، بلکه به عنوان بخشی از سازوکار اصلی تفکر ریاضی عمل می‌کند.

۷. پیشنهادات

در راستای ارتقای آموزش ریاضی، چند راهکار کاربردی پیشنهاد می‌شود. نخست، گنجاندن مهارت تصمیم‌سازی به عنوان یکی از اهداف کلیدی برنامه‌ی درسی ضروری است؛ چرا که این مهارت نقش مؤثری در تعمیق یادگیری مفاهیم ریاضی دارد. همچنین، بازآموزی و توانمندسازی معلمان باید بر طراحی فعالیت‌های ساخت‌گرایانه‌ای متمرکز باشد که فرصت‌های تصمیم‌سازی را برای دانش‌آموزان فراهم می‌آورد. در این مسیر، بهره‌گیری از ابزارهای ارزیابی کیفی مانند مصاحبه‌ها، ژورنال‌های یادگیری و نقشه‌های مفهومی، به جای اتکای صرف به آزمون‌های سنتی، می‌تواند در سنجش رشد طرحواره‌های ذهنی دانش‌آموزان مؤثرتر باشد. علاوه بر این، منابع آموزشی باید با تکیه بر سناریوهای تصمیم‌محور توسعه یابند؛ به گونه‌ای که مسائل باز و چندگزینه‌ای در آن‌ها گنجانده شود تا دانش‌آموزان فرصت انتخاب، تحلیل و استدلال‌های متنوع پیدا کنند.

یکی از مهم‌ترین چالش‌های اجرای رویکردهای نوین آموزشی در کلاس‌های ریاضی، نبود زمان کافی برای تدریس کامل و عمیق محتوای کتاب درسی است. گزارش‌های انجمن ریاضی ایران نیز نشان می‌دهد که کاهش ساعات رسمی تدریس ریاضی در سال‌های اخیر به یکی از دغدغه‌های اصلی معلمان و متخصصان آموزش ریاضی تبدیل شده است [۴]. رویکرد مطالعه شده در این نوشتار نیز از این قاعده مستثنی نیست؛ با توجه به زمان‌بر بودن چرخه‌ی بازخورد و اصلاح خطاها، الزام معلمان به تدریس کامل کتب درسی مانع از اجرای مؤثر این رویکرد خواهد شد.

در ادامه‌ی این مسیر، پژوهش‌های آتی می‌توانند چارچوب نظری یادگیری مبتنی بر تصمیم‌سازی را غنا بخشند. انجام مطالعات میدانی در کلاس‌های درس با هدف بررسی تأثیر آموزش تصمیم‌سازی بر شکل‌گیری طرحواره‌های ذهنی، از جمله این جهت‌گیری‌هاست. همچنین طراحی پژوهش‌های تجربی درباره‌ی تأثیر سبک‌های گوناگون تدریس ساخت‌گرایانه بر کیفیت تصمیم‌سازی ریاضی دانش‌آموزان و توسعه‌ی مدل‌های سنجش فرایند تصمیم‌سازی، می‌تواند به شکل‌گیری رویکردهای نوین در آموزش ریاضی بینجامد.

پیوست: نمونه‌هایی از مسائل تصمیم‌سازی در ریاضیات دبیرستان

مسائل زیر با هدف تقویت مهارت «تصمیم‌سازی» و در راستای چارچوب نظریه‌ی ساخت‌وسازگرایی طراحی شده‌اند. در هر مسئله، دانش‌آموز با سناریویی مواجه می‌شود که نیازمند ارزیابی گزینه‌های مختلف، تحلیل هزینه-فایده یا انتخاب راهبرد بهینه بر اساس شرایط مسئله است. این فرایند به شکل‌گیری طرحواره‌های ذهنی انعطاف‌پذیر و درک رابطه‌ای مفاهیم ریاضی منجر می‌شود. نمونه ۱ (انتخاب راهبرد بهینه برای حل یک دستگاه معادلات): دستگاه معادلات خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 4x - y = 3 \end{cases}$$

گزینه‌های پیش‌رو:

(۱) روش حذفی (جمع‌بندی یا تفریق معادلات)

(۲) روش جایگزینی (حل یک معادله بر حسب یک متغیر و جایگزینی در معادله دیگر)

(۳) روش رسم نمودار (پیدا کردن نقطه تقاطع دو خط)

سؤال تصمیم‌سازی: کدام روش را برای حل این دستگاه خاص انتخاب می‌کنید و دلیل شما برای این انتخاب چیست؟ (ضرایب متغیرها، سادگی محاسبات و احتمال خطا را در تصمیم خود تحلیل کنید). هدف: این مسئله دانش‌آموز را وادار می‌کند تا قبل از اقدام به حل، راهبردهای مختلف را ارزیابی کرده و بر اساس ساختار خاص مسئله، تصمیمی آگاهانه بگیرد.

نمونه ۲ (تصمیم‌گیری در بهینه‌سازی مساحت با محیط ثابت): شما ۴۰ متر حصار دارید تا یک محوطه مستطیلی برای حیوانات خانگی خود ایجاد کنید. برای صرفه‌جویی در هزینه و مواد، می‌خواهید مساحت این محوطه حداکثر باشد. سؤال تصمیم‌سازی: برای دستیابی به بیشترین مساحت، باید بین اشکال مختلف تصمیم بگیرید:

(۱) یک مستطیل با ابعاد مختلف (مثلاً 10×10 ، 8×12 ، 5×15 و ...)

(۲) یک مربع

(۳) (به عنوان یک گزینه پیشرفته) آیا استفاده از یک شکل دیگر (مانند دایره) با این متراژ حصار، مساحت بیشتری می‌دهد؟

هدف: این مسئله دانش‌آموز را به کشف رابطه بین محیط و مساحت وادار می‌کند و فرایند تصمیم‌سازی مبتنی بر کاوش و استدلال را تقویت می‌کند.

نمونه ۳ (انتخاب مدل ریاضی برای یک مسئله دنیای واقعی): یک شرکت تاکسی‌رانی دو طرح قیمت‌گذاری دارد:

- طرح الف: هزینه ثابت ۱۰,۰۰۰ تومان به اضافه ۲,۰۰۰ تومان به ازای هر کیلومتر
- طرح ب: هزینه ثابت ۵,۰۰۰ تومان به اضافه ۳,۰۰۰ تومان به ازای هر کیلومتر

سؤال تصمیم‌سازی: کدام طرح را برای یک سفر درون‌شهری انتخاب می‌کنید؟ برای تصمیم‌گیری خود:

(۱) یک مدل ریاضی (تابع) برای هر طرح بنویسید

(۲) نمودار این دو تابع را رسم کنید (یا نقطه برابری آن‌ها را محاسبه کنید)
 (۳) بر اساس مسافت تقریبی سفرهای معمول خود، تصمیم نهایی خود را توجیه کنید
هدف: این مسئله مدل‌سازی ریاضی و تحلیل توابع را در بستری از تصمیم‌گیری روزمره قرار می‌دهد.
نمونه ۴ (تحلیل خطا و تصمیم برای تصحیح راهبرد): دو دانش‌آموز برای حل معادله $\frac{x}{x-2} = \frac{3}{x-2}$ پاسخ‌های زیر را ارائه داده‌اند:

- دانش‌آموز اول: با حذف مخرج‌های مشترک به نتیجه $x = 3$ رسیده است
- دانش‌آموز دوم: با ضرب طرفین در $(x-2)^2$ به نتیجه $x(x-2) = 3(x-2)$ و سپس $x^2 - 5x + 6 = 0$ رسیده و مقادیر $x = 2$ و $x = 3$ را به دست آورده است

سؤال تصمیم‌سازی:

- (۱) به نظر شما کدام راهبرد صحیح است؟ چرا؟
 - (۲) خطای موجود در راهبرد نادرست چیست و چگونه می‌توان از آن اجتناب کرد؟
 - (۳) اگر شما معلم باشید، چگونه این تعارض را برای دانش‌آموزان توضیح می‌دهید؟
- هدف:** این مسئله مستقیماً به «تحلیل خطا» اشاره دارد و دانش‌آموز را در نقش یک داور قرار می‌دهد.
نمونه ۵ (انتخاب روش حل برای یک مسئله هندسی): در مثلث قائم‌الزاویه ABC که در نقطه B قائمه است، وتر AC به طول ۱۰ سانتیمتر و یکی از اضلاع دیگر ۶ سانتیمتر است. طول ضلع سوم را پیدا کنید.
گزینه‌های حل:

- (۱) استفاده مستقیم از قضیه فیثاغورث
- (۲) شناسایی یک سه‌تایی فیثاغورثی معروف (۶، ۸، ۱۰)

سؤال تصمیم‌سازی:

- (۱) شما کدام روش را انتخاب می‌کنید؟ چرا؟
 - (۲) اگر اعداد به گونه‌ای بودند که سه‌تایی فیثاغورثی نبودند، آیا تصمیم شما تغییر می‌کرد؟
 - (۳) سرعت، دقت و اطمینان از صحت پاسخ در هر روش را چگونه ارزیابی می‌کنید؟
- هدف:** این مسئله باعث می‌شود دانش‌آموز به «ابزارهای مختلف در جعبه ابزار ریاضی» خود فکر کند و بهترین ابزار را انتخاب کند.

سپاس‌گزاری

این نوشته به همکار و دوست عزیزم جناب آقای همراه درخشان، که جویبار دانش و سخاوتش زمینه‌ی رویش این تحقیق را فراهم آورد، با سپاس و احترام تقدیم می‌شود.

مراجع

۱. س.ح. علم‌الهدایی و م. علی‌زاده، اصول آموزش ریاضی، نشر نما، ۱۴۰۲.

۲. س. سلیمی، بررسی تاثیر تفکر ریاضی بر توانایی‌های تصمیم‌گیری و حل مسئله در زندگی روزمره دانش‌آموزان، سومین کنفرانس بین‌المللی علوم تربیتی، روانشناسی، مشاوره، آموزش و پرورش، ۱۴۰۲.
۳. ش. سلیمانی، ا. احمدی و ق. احقر، اثربخشی آموزش با رویکرد ساختن‌گرایی شناختی بر یادگیری، یادداری دانش‌آموزان پایه‌ی ششم/ابتدایی در درس ریاضی، پژوهش در یادگیری آموزشگاهی و مجازی، ۲۵ (۱۳۹۸)، ۲۵-۳۴.
۴. م. صال‌مصلحیان، کاهش ساعات درسی ریاضی مدرسه‌ای - ره به کجا می‌برد؟، خبرنامه انجمن ریاضی ایران، دوره ۴۳، شماره ۲، ۱۴۰۱.
۵. ع. شاه‌ولی، ر. پاشا، س. بختیارپور، ب. مکوندی و ع. حیدرئی، تاثیر روش تدریس ساختن‌گرایی بر خلاقیت در دانش‌آموزان سلامت روان کودک (روان کودک)، ۵ (۱۳۹۷)، شماره ۲، ۱۸۵-۱۹۴.
۶. ی. رضاپورمیرصالح، م. دلاوری و م. سلیمانی، اثربخشی آموزش تفکر ریاضی بر عملکرد ریاضی دانش‌آموزان پسر پایه دوم/ابتدایی، پژوهش در نظام‌های آموزشی، ۱۰ (۱۳۹۵)، شماره ۳۵، ۱۶۳-۱۸۶.
7. F. de Andreis, *A Theoretical Approach to the Effective Decision-Making Process*, Open Journal of Applied Sciences, 10, 287-304, (2020).
8. J. R. Anderson, *Cognitive Psychology and its Implications*, 8th ed., Worth Publishers, (2013).
9. J. Boaler, *Open and closed mathematics: Student experiences and understandings*, J. Res. Math. Educ. **29** (1998), no. 1, 41-62.
10. M. Boekaerts and L. Corno, *Self-regulation in the classroom: A perspective on assessment and intervention*, Appl. Psychol. **54** (2005), no. 2, 199-231.
11. J. G. Greeno, *Number sense as situated knowing in a conceptual domain*, J. Res. Math. Educ. **22** (1991), no. 3, 170-218.
12. J. Hiebert and D. Grouws, *The effects of mathematics teaching on students' learning*, in Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, 371-404, (2007).
13. J. Hoth et al., *Identifying and dealing with student errors in the mathematics classroom: Cognitive and motivational requirements*, PMC, (2022).
14. D. H. Jonassen, *Instructional design models for well-structured and ill-structured problem-solving learning outcomes*, Educ. Technol. Res. Dev. **45** (1997), no. 1, 65-94.
15. J. Piaget, *Science of Education and the Psychology of the Child*, Viking, New York, (1970).
16. J. Piaget, *Psychology and Epistemology: Towards a Theory of Knowledge*, Penguin, (1971).
17. A. H. Schoenfeld, *Mathematical Problem Solving*, Academic Press, (1985).
18. A. H. Schoenfeld, *Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics*, Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, 334-370, (1992).
19. E. A. Silver, *Problem posing in mathematics education*, in Proc. PME Conf., (1995).
20. H. A. Simon, *The New Science of Management Decision*, Prentice-Hall, (1977).
21. R. R. Skemp, *Relational understanding and instrumental understanding*, Math. Teach. **77** (1976), 20-26.

22. L. P. Steffe and J. Gale (Eds.), *Constructivism in Education*, Lawrence Erlbaum Associates, (1995).
23. B. P. Stemele, Z. Jina Asvat, *Exploring Learner Errors and Misconceptions in Algebraic Expressions with Grade 9 Learners Through the use of Algebra Tiles*, African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education, 28(1), 153-170, (2024).
<https://doi.org/10.1080/18117295.2024.2334989>
24. J. Sweller, *Cognitive load during problem solving: Effects on learning*, Cogn. Sci. **12** (1988), no. 2, 257–285.
25. L. S. Vygotsky, *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*, Harvard Univ. Press, (1978).
26. B. J. Zimmerman, *Becoming a self-regulated learner: An overview*, Theory Pract. **41** (2002), no. 2, 64–70.