دوره ۶، شماره ۲ پاییز و زمستان ۱۴۰۵ ، صص. ۱۰۲–۱۰۹
DOI.10.22067/tmsj.2026.98831.1087
مقاله علمی–ترویجی
به سوی علوم ریاضی
https://tmsj.um.ac.ir

هوش مصنوعی مولد و مسئلهٔ دقت در تاریخ ریاضیات

مهدی ایمانزاده*

گروه شیمی، واحد پارس‌آباد مغان، دانشگاه آزاد اسلامی، پارس‌آباد مغان، ایران
imanzade@iau.ac.ir

چکیده. سیستم‌های هوش مصنوعی مولد که به‌منظور تولید متن توسعه یافته‌اند، عملکرد خود را بر پایهٔ استنتاج‌های مأخوذ از داده‌های آموزش بنا می‌کنند. این سازوکار بدان معناست که سیستم‌های مذکور ممکن است خطاهای واقع‌شناختی یا سوگیری‌های نهفته در آن داده‌ها را بازتولید کنند. برای تبیین این فرایند، پرسش‌هایی از یک آزمون تاریخ ریاضیات در چت‌جی‌پی‌تی مطرح شده است؛ آزمون مذکور با این هدف طراحی شده است که شیوع پدیدهٔ انتساب نادرست در دستاوردهای ریاضی را برجسته سازد. عملکرد چت‌جی‌پی‌تی در مواجهه با مجموعه‌ای از تصورات نادرست رایج که قدمتی چنددهه‌ای دارند، عملکردی دوگانه و نوسانی است؛ امری که به‌خوبی نشان می‌دهد این سیستم‌ها تا چه حد مستعد بازتولید و تثبیت بی‌دقتی‌های تاریخی و بدفهمی‌ها هستند.

این مقاله ترجمهٔ مقالهٔ زیر است:

Rowlett, P. (2024). Generative AI and accuracy in the history of mathematics. British Journal for the History of Mathematics, 39(1), 64–69.

2010 Mathematics Subject Classification. 01A85, 68T01, 97A30.

واژگان کلیدی. هوش مصنوعی مولد، تاریخ ریاضیات، انتساب نادرست، خطای واقع‌شناختی، مدل‌های زبانی بزرگ. .
تاریخ: دریافت ۱۴۰۵/۰۲/۲۹ بازنگری ۱۴۰۵/۰۵/۲۵ پذیرش ۱۴۰۵/۰۵/۲۵ انتشار برخط ۱۴۰۵/۰۸/۱۴

نحوه ارجاع به این مقاله: م. ایمانزاده، هوش مصنوعی مولد و مسئلهٔ دقت در تاریخ ریاضیات، به سوی علوم ریاضی، ۶ (۱۴۰۵)، شماره ۲، ۱۰۲–۱۰۹.

©دانشگاه فردوسی مشهد.

۱. انتساب نادرست

پدیدهٔ انتساب نادرست، متأسفانه، در تاریخ ریاضیات پدیده‌ای شایع است. دلایل گوناگونی برای شکل‌گیری این پدیده وجود دارد. گاه دستاوردهایی از میان رفته‌اند و بعدها در بافتی فرهنگی متفاوت دوباره کشف شده‌اند. از سوی دیگر، ریاضی‌دانان معمولاً دستاوردها یا ایده‌های خود را به نام خویش نام‌گذاری نمی‌کنند، بلکه این کار را دیگران انجام می‌دهند. ازاین‌رو، این احتمال افزایش می‌یابد که اعتبار یک کشف علمی، به‌جای مبدع اصلی، به شخص سرشناسی نسبت داده شود که آن مفهوم را بیش از پیش در کانون توجه قرار داده است.

نمونه‌ای بسیار بارز از این پدیده، قضیهٔ استوکس است. این قضیه به نام جرج گابریل استوکس[۱] نام‌گذاری شد، صرفاً از آن رو نام‌گذاری شد که وی تمایل داشت آن را در امتحانات دانشگاه کمبریج مطرح کند؛ حال آنکه نخستین بیان قضیه توسط ویلیام تامسون (لرد کلوین)[۲] در نامه‌ای به استوکس ارائه شده بود [۸].

کیث لوئوما[۳] در سال ۱۹۹۶ در قالب دو مقاله در نشریهٔ «گازت ریاضی»[۴]، با رویکردی جذاب و در عین حال سرگرم‌کننده، به این موضوع پرداخت. وی آزمونی متشکل از نُه پرسش دربارهٔ مفاهیم ریاضی دارای «نام‌های مشهور» ارائه کرد [۵]. در مقالهٔ تکمیلی آن، پاسخ‌هایی احتمالاً شگفت‌انگیز برای این پرسش‌ها ارائه شد که همگی نشان می‌دادند قضیه یا نتیجهٔ موردنظر به‌نادرستی نام‌گذاری شده است [۴].

۲. هوش مصنوعی مولد

چت‌جی‌پی‌تی نمونه‌ای از مدل‌های زبانی بزرگ است که با بهره‌گیری از تکنیک‌های یادگیری عمیق بر روی حجم کلانی از داده‌ها آموزش دیده است. این سیستم به‌عنوان یک «هوش مصنوعی مولد» توسعه یافته است تا «با اتکا بر مخزن عظیم اطلاعات و دانش خود، پاسخ‌هایی انسان‌گونه تولید کند» [۶]. این الگوریتم‌ها بر پایهٔ استنتاج از داده‌های آموزشی عمل می‌کنند؛ ازاین‌رو، این احتمال وجود دارد که «هرگونه خطای واقع‌شناختی، منابع اطلاعاتی نامتوازن، یا سوگیری‌های نهفته در داده‌های آموزشی، در خروجی مدل بازتاب یابد» [۶].

نشریهٔ نیوساینتیست[۵] پاسخی از چت‌جی‌پی‌تی را نقل می‌کند که در آن تصریح شده است مدل‌های هوش مصنوعی مولد «به‌گونه‌ای طراحی شده‌اند که متن را بر مبنای الگوها و نمونه‌های موجود در داده‌های آموزشی خود تولید کنند. این مدل‌ها فاقد درک ذاتی از حقیقت یا اخلاقیات بوده و نسبت به صحتِ واقع‌شناختی اطلاعاتی که تولید می‌کنند، کاملاً ناآگاه و بی‌تفاوت‌اند» [۳]. در سطح بنیادین، چت‌جی‌پی‌تی و سایر برنامه‌های مشابه هوش مصنوعی، صرفاً یک «طوطی تصادفی»[۶] محسوب می‌شوند؛ بدین معنا که آن‌ها «توالی‌هایی از صورت‌های زبانی را که در پهنهٔ وسیع داده‌های آموزشی خود مشاهده کرده‌اند، صرفاً بر اساس اطلاعات احتمالاتی حاکم بر نحوهٔ ترکیب آن‌ها، به‌طور تصادفی به یکدیگر پیوند می‌دهند، بی‌آنکه هیچ‌گونه ارجاعی به معنا داشته باشند» [۲].

با وجود این محدودیت‌های ذاتی، توسعه‌دهندگان این سیستم‌ها ادعاهای گسترده‌ای دربارهٔ قابلیت‌ها و ظرفیت‌های آن‌ها مطرح می‌کنند. برای نمونه، شرکت اوپن‌ای‌آی [۷] به‌عنوان سازندهٔ چت‌جی‌پی‌تی، در تبلیغات این محصول از شعار «پاسخ‌های فوری دریافت کنید، الهام‌بخش خلاقیت خود باشید و چیزهای جدید بیاموزید» استفاده می‌کند.

---

[1] George Gabriel Stokes

[2] William Thomson (Lord Kelvin)

[3] Keith Luoma

[4] The Mathematical Gazette

[5] New Scientist

[6] Stochastic parrot

۳. روش‌شناسی

پرسش محوری این پژوهش آن است که هوش مصنوعی مولد تا چه اندازه تصورات نادرست رایج در تاریخ ریاضیات را بازتولید می‌کند؟ چنانچه سیستمی با ادعای ارائهٔ پاسخ‌های فوری به پرسش‌های ناآشنای کاربران تبلیغ شود، اما در عین حال مستعد اتکا بر بی‌دقتی‌های واقع‌شناختی نهفته در داده‌های آموزشی خود باشد، با چالشی بالقوه و جدی روبه‌رو خواهیم بود.

برای بررسی این موضوع، پرسش‌های طراحی‌شده توسط لوئوما در چت‌بات هوش مصنوعی مولد «چت‌جی‌پی‌تی ۵.۳» مطرح شد. این فرایند، آزمونی ساده برای سنجش دقت تاریخی در مواجهه با تصورات نادرست رایج و شناخته‌شده است. با توجه به اینکه موارد یادشده دست‌کم از سال ۱۹۹۶ میلادی به‌عنوان تصوراتی نادرست شناسایی و معرفی شده‌اند، بنابراین، انتظار دریافت پاسخ‌های صحیح از چنین سیستمی کاملاً منطقی به نظر می‌رسد.

در گام نخست، دستورالعملی زمینه‌ای به سیستم داده شد. از آنجا که چت‌جی‌پی‌تی تمایل دارد پاسخ‌هایی طولانی و همراه با تفصیل و بسط ارائه دهد، این دستورالعمل اولیه با هدف کاهش حجم خروجی و متمرکز ساختن پاسخ‌ها بر پرسش مطرح‌شده طراحی شد. دستورالعمل آغازین بدین شرح بود: «بیایید یک آزمون برگزار کنیم. لطفاً تنها در یک جملهٔ کوتاه پاسخ دهید». پاسخ چت‌جی‌پی‌تی به این درخواست چنین بود: «البته! من برای آزمون آماده‌ام».

در ادامه، پرسش‌ها دقیقاً با همان ترتیب و واژگان به‌کاررفته از سوی لوئوما [۵] به سیستم داده شد و پاسخ‌های دریافتی، با پاسخ‌های ارائه‌شده از سوی لوئوما [۴] مورد مقایسه قرار گرفت. تصویری از رابط کاربری چت‌جی‌پی‌تی در شکل ۱ نشان داده شده است.

User (Prompt)	**ChatGPT Response**
Let's have a quiz. Please answer in just one short sentence.	Of course! I'm ready for the quiz.
Who discovered Cramer's rule?	Gabriel Cramer discovered Cramer's rule in the 18th century.
When was the method known as Gaussian elimination first published?	Gaussian elimination was first published by Carl Friedrich Gauss in the early 19th century.
Who discovered Horner's method?	William George Horner discovered Horner's method in the 19th century.

شکل ۱: رابط کاربری چت‌جی‌پی‌تی که پاسخ‌های ارائه‌شده به دستورالعمل‌های ورودی را نشان می‌دهد.

۴. نتایج

پرسش‌های لوئوما [۵] در قالب عناوین فرعی در ادامه آمده‌اند و پس از هر یک، ابتدا پاسخ چت‌جی‌پی‌تی و سپس پاسخ لوئوما [۴] ارائه شده است.

۱.۴. **چه‌کسی قاعدهٔ کرامر را کشف کرد؟** چت‌جی‌پی‌تی چنین پاسخ داد: «گابریل کرامر، قاعدهٔ کرامر را در قرن هجدهم کشف کرد». در مقابل، لوئوما [۴] پاسخ را کالین مک‌لورین[۷] می‌داند؛ کسی که این نتیجه را پیش از انتشار آن توسط کرامر در یک کتاب درسی به سال ۱۷۵۰، استخراج کرده بود.

۲.۴. **روشی که با عنوان حذف گاوسی شناخته می‌شود، نخستین بار چه زمانی منتشر شد؟** چت‌جی‌پی‌تی چنین پاسخ داد: «حذف گاوسی نخستین بار توسط کارل فریدریش گاوس[۸] در اوایل قرن نوزدهم منتشر شد». پاسخ لوئوما [۴] به این پرسش، «حدود ۱۸۰۰ سال پیش از گاوس» است. وی تصریح می‌کند که هرچند گاوس این روش را به‌طور مستقل کشف کرد، اما این شیوه محاسباتی بسیار پیش‌تر از آن در چین شناخته‌شده بود.

۳.۴. **چه‌کسی روش هورنر را کشف کرد؟** چت‌جی‌پی‌تی چنین پاسخ داد: «ویلیام جورج هورنر[۹]، روش هورنر را در قرن نوزدهم کشف کرد». لوئوما [۴] شکل ساده‌ای از روش هورنر را به چین چیو شائو[۱۰] در قرن سیزدهم نسبت می‌دهد.

۴.۴. **هوپیتال چگونه قاعده‌ای را که به نام اوست، به دست آورد؟** چت‌جی‌پی‌تی چنین پاسخ داد: «هوپیتال[۱۱] قاعده‌ای را که به نام اوست، از طریق مکاتبات خصوصی با یوهان برنولی[۱۲] به دست آورد. برنولی روش محاسبهٔ حدهای مبهم با استفاده از مشتق را در اختیار او قرار داد و هوپیتال بعدها آن را بدون اختصاص اعتبار به برنولی منتشر کرد». لوئوما [۴] نیز روایت مشابهی را بیان می‌کند، اما با افزودن این جزئیات تکمیلی که برنولی حقوق انحصاری پژوهش‌های خود را به هوپیتال فروخته بود.

۵.۴. **آیا پاسکال، مثلث پاسکال را کشف کرد؟** چت‌جی‌پی‌تی چنین پاسخ داد: «خیر، بلز پاسکال مثلث پاسکال را کشف نکرد؛ این مفهوم پیش از زمان او در چین و ایران باستان شناخته‌شده بود. با این حال، او سهم بسزایی در مطالعهٔ آن داشت و در طول قرن هفدهم آن را در اروپا رواج داد». پاسخ لوئوما [۴] به این پرسش چنین است: «بله، اما او قطعاً نخستین نفر نبود». وی به شناخت پیشین ریاضی‌دانان چینی و اسلامی، از جمله السموأل[۱۳] و جیا شیان[۱۴] در قرن یازدهم میلادی اشاره می‌کند.

۶.۴. **چه‌کسی معادلات پل را حل کرد؟** چت‌جی‌پی‌تی چنین پاسخ داد: «معادلات پل[۱۵]، بنا بر روایتی مشهور، نخست توسط برهماگوپتا[۱۶]، ریاضی‌دان هندی، و بعدها توسط پیر دو فرما[۱۷]، ریاضی‌دان فرانسوی، حل شدند». با این حال، لوئوما [۴] بیان می‌کند که این معادلات برای دیوفانتوس[۱۸] شناخته‌شده بوده‌اند و در نهایت توسط لاگرانژ[۱۹] حل شده‌اند.

---

[7] Colin Maclaurin

[8] Carl Friedrich Gauss

[9] William George Horner

[10] Chin Chiu Shao

[11] L'Hôpital

[12] Johann Bernoulli

[13] al-Sawal

[14] Jia Xian

[15] Pell

[16] Brahmagupta

[17] Pierre de Fermat

[18] Diophantus

[19] Lagrange

۷.۴. **قضیهٔ فیثاغورس چه زمانی کشف شد؟** چت‌جی‌پی‌تی چنین پاسخ داد: «قضیهٔ فیثاغورس[۲۰]، هرچند به فیثاغورس، ریاضی‌دان یونان باستان، نسبت داده می‌شود، اما احتمالاً برای تمدن‌های کهن‌تر در بین‌النهرین و هند نیز شناخته‌شده بوده است. از آنجا که کشف این قضیه به پیش از تاریخ مکتوب بازمی‌گردد، تعیین تاریخ دقیق برای آن دشوار است». لوئوما [۴] نیز با اشاره به تمدن‌های بین‌النهرین، هند و چین، روایت مشابهی را مطرح می‌کند.

۸.۴. **چه‌کسی برای نخستین بار قاعدهٔ سیمپسون را منتشر کرد؟** چت‌جی‌پی‌تی چنین پاسخ داد: «توماس سیمپسون[۲۱]، ریاضی‌دان انگلیسی، نخستین بار قاعدهٔ سیمپسون را در سال ۱۷۴۳ در اثر خود با عنوان "رساله‌ای جدید در باب فلوکسیون‌ها"[۲۲] منتشر کرد». در مقابل، لوئوما [۴] اظهار می‌دارد که این قاعده پیش‌تر در سال ۱۶۶۸ در اثر جیمز گریگوری[۲۳] با عنوان "تمرینات هندسی"[۲۴] مطرح شده بود؛ یعنی حدود ۴۲ سال پیش از آنکه سیمپسون متولد شود.

۹.۴. **مبدع سری تیلور چه‌کسی بود؟** چت‌جی‌پی‌تی چنین پاسخ داد: «بروک تیلور[۲۵]، ریاضی‌دان انگلیسی، سری تیلور را در سال ۱۷۱۵ در اثر خود با عنوان "روش مستقیم و معکوس نموها"[۲۶] ابداع کرد». لوئوما [۴] ابداع این سری را نیز به گریگوری نسبت می‌دهد و خاطرنشان می‌سازد که صورت اولیه‌ای از آن در هند قرن شانزدهم شناخته‌شده بوده است.

۱۰.۴. **خلاصه.** چت‌جی‌پی‌تی به پنج پرسش از مجموع نُه پرسش، پاسخی آشکارا نادرست داد.

۵. بحث

بدیهی است که چت‌جی‌پی‌تی برخی از تصورات نادرست رایج در تاریخ ریاضیات را همچون واقعیت بازتولید می‌کند. هرچند برخی از پرسش‌ها با دقت بیشتری نسبت به سایرین پاسخ داده شدند، اما اکثریت پاسخ‌ها صرفاً بازتاب‌دهندهٔ تصورات نادرست متداول بودند. این امر چندان شگفت‌آور نیست؛ زیرا سیستم مذکور صرفاً الگوهای موجود در داده‌های آموزشی خود را بازتولید می‌کند. بااین‌حال، این نتیجه تصویر روشنی از میزان کارایی چنین ابزارهایی ارائه می‌دهد. اگر به سوی آینده‌ای حرکت کنیم که در آن افراد برای گردآوری اطلاعات واقع‌شناختی دربارهٔ موضوعات تاریخی به خروجی این سیستم‌ها اتکا می‌کنند، این واقعیت که چت‌جی‌پی‌تی تصورات نادرست در تاریخ ریاضیات را با اطمینان کامل بازتولید می‌کند، این امر به معضلی اساسی تبدیل خواهد شد.

به بیان ساده، نمی‌توان برای گزارش واقعیت‌های قابل‌اعتماد به این ابزارها تکیه کرد. آن‌ها این ابزارها ممکن است برای کارهایی مانند پردازش متن و سازمان‌دهی اطلاعات مناسب باشند. ممکن است پژوهشگری از یک ابزار هوش مصنوعی مولد برای خلاصه‌سازی برخی اطلاعات یا بیان ایده‌ای در تاریخ ریاضیات استفاده کند؛ در چنین شرایطی، بسیار مهم است که پژوهشگر بتواند خطاهای واقع‌شناختی احتمالی را شناسایی و اصلاح کند. شاید بتوان از دانشجویان خواست تا به این پرسش بیندیشند: چگونه می‌توانم به متخصصی تبدیل شوم که توانایی تشخیص خطاهای موجود در خروجی سیستم‌های هوش مصنوعی مولد را دارد؟ به‌طور خاص، گردآوری اطلاعات از طریق پرسش‌وپاسخ با چت‌بات‌ها، چه نقشی در فراگیری این تخصص ایفا می‌کند؟

---

[20] Pythagorean

[21] Thomas Simpson

[22] A New Treatise of Fluxions

[23] James Gregory

[24] Exercitationes Geometricae

[25] Brook Taylor

[26] Methodus Incrementorum Directa et Inversa

افزون بر فقدان صلاحیت این ابزارها در تضمین دقت، شایان ذکر است که صرف بازگویی واقعیت‌ها به‌معنای تاریخ‌نگاری نیست؛ ازاین‌رو، در این آزمایش، چت‌جی‌پی‌تی از منظر تاریخ‌نگاری به‌عنوان یک مورخ ارزیابی نشده است. مورخان ریاضیات ممکن است از سخنان آیزاک آسیموف[۲۷]، نویسندهٔ پیشگام داستان‌های علمی‌ـتخیلی در حوزهٔ ربات‌ها، تسلی یابند که دربارهٔ یک «مغز مکانیکی» خیالی چنین گفته است [۱]:

> ماشین در نهایت تنها یک ابزار است که با برداشتن بخشی از بار محاسبات و تفسیرها از دوش انسان، می‌تواند به پیشرفت سریع‌تر بشریت کمک کند. رسالت مغز انسان همان چیزی باقی می‌ماند که همواره بوده است؛ یعنی کشف داده‌های جدید برای تحلیل، و ابداع مفاهیم نوین برای آزمودن.

باید توجه داشت که این پژوهش، تنها یک سیستم هوش مصنوعی مولد را بر روی مجموعهٔ کوچکی از پرسش‌ها آزموده است. پژوهش‌های جامع‌تر ممکن است اطلاعات بیشتری را دربارهٔ کیفیت پاسخ‌ها در سطحی گسترده‌تر فراهم آورند. ممکن است بی‌دقتی‌های ظریف‌تری شناسایی شوند؛ همچنین، اگر به چت‌جی‌پی‌تی اجازه داده می‌شد پاسخ‌های طولانی‌تری ارائه دهد، احتمال بروز پدیدهٔ «توهم» (یعنی تولید پاسخ‌های ساختگی ناسازگار با داده‌های آموزشی [۶]) وجود می‌داشت. همچنین، واژگان به‌کاررفته از سوی لوئوما [۵] با وفاداری کامل در طرح پرسش‌ها به کار گرفته شد، هرچند این احتمال می‌رود که پاسخ‌های چت‌جی‌پی‌تی نسبت به واژه‌پردازی دقیق حساس باشد. برای نمونه، به‌روشنی می‌توان دید که واژه‌پردازی‌های ظریف‌تر مانند «آیا پاسکال، مثلث پاسکال را کشف کرد؟» پاسخی دقیق‌تر و چندوجهی‌تر از پرسش‌های مستقیم‌تری همچون «چه‌کسی قاعدهٔ کرامر را کشف کرد؟» به همراه داشت.

سپاس‌گزاری

مترجم اعلام می دارد در تهیهٔ ترجمهٔ اولیهٔ این مقاله و بهبود ساختار زبانی آن، از ابزار هوش مصنوعی ChatGPT به‌عنوان کمک‌ویراستار استفاده شده است. تمامی محتوای علمی، تحلیل‌ها و بازبینی‌های نهایی توسط مترجم انجام شده است.

مراجع

1. I. Asimov, *I, Robot*, Doubleday and Company, 1950.
2. E. M. Bender, T. Gebru, A. McMillan-Major, and S. Shmitchell, *On the dangers of stochastic parrots: Can language models be too big?*, in Proceedings of the 2021 ACM Conference on Fairness, Accountability, and Transparency, pp. 610–623, Association for Computing Machinery, 2021.
3. G. Lawton, *Information wars: The final battle?,* New Sci., **259** (2023), no. 3456, 36–40.
4. K. Luoma, *The truth behind 'Famous name' mathematics, Math. Gaz.*, **80** (1996) no. 488, 349–351.
5. K. Luoma, *What's in a name? A quiz on 'Famous-Name' mathematics,* Math. Gaz., **80**(1996) no. 488, 297–297.
6. F.-H. F. Nah, R. Zheng, J. Cai, K. Siau, and L. Chen, *Generative AI and ChatGPT: Applications, challenges, and AI–human collaboration, J. Inf. Technol. Case Appl. Res.*, **25**(2023), no.3, 277–304.
7. OpenAI, *ChatGPT*, https://openai.com/chatgpt, 2023.

[27] Isaac Asimov

8. A. Rice, Introduction, in R. Flood, A. Rice, and R. Wilson (Eds.), *Mathematics in Victorian Britain*, pp. 1–15, Oxford University Press, 2011.

Towards Mathematical Sciences

Vol. 6, No. 2, Autumn and Winter 2026, pp. 102–109

DOI.10.22067/tmsj.2026.98831.1087

Expository Article

به سوی علوم ریاضی

https://tmsj.um.ac.ir

GENERATIVE AI AND ACCURACY IN THE HISTORY OF MATHEMATICS

IMANZADEH, MEHDI

Department of Chemistry, PaM.C., Islamic Azad University, Parsabad Moghan, Iran
imanzade@iau.ac.ir

Abstract. Generative AI systems designed to produce text do so by drawing on inferences made from training data, which may mean they reproduce factual errors or biases contained in that data. This process is illustrated by querying ChatGPT with questions from a history of mathematics quiz designed to highlight the common occurrence of mathematical results being misattributed. ChatGPT's performance on a set of decades-old common misconceptions is mixed, illustrating the potential for these systems to reproduce and reinforce historical inaccuracies and misconceptions.

2020 Mathematics Subject Classification. 01A85, 68T01, 97A30.

Keywords. Generative AI; History of mathematics; Misattribution; Factual error; Large language models.

Date: Received 19-05-2026 Revised 16-08-2026 Accepted 16-08-2026 Available Online 05-11-2026

©Ferdowsi University of Mashhad.