دوره ۶، شماره ۲ پاییز و زمستان ۱۴۰۵ ، صص.۱۶۸–۱۷۸
DOI. 10.22067/tmsj.2026.99231.1094
مقاله علمی–ترویجی
به سوی علوم ریاضی
https://tmsj.um.ac.ir

آلیس بدون کواترنیون‌ها: نگاهی دوباره به مهمانی چای دیوانه‌وار

مهدی ایمانزاده*

گروه شیمی، واحد پارس‌آباد مغان، دانشگاه آزاد اسلامی، پارس‌آباد مغان، ایران
imanzade@iau.ac.ir

چکیده. از زمان انتشار کتاب «ماجراهای آلیس در سرزمین عجایب» اثر لوئیس کارول در سال ۱۸۶۶، همواره تفسیرهای گوناگونی درباره بی‌معنایی ظاهری آن ارائه شده است. در سال ۲۰۰۹، ملانی بیلی تفسیرهایی بدیع به این مجموعه افزود؛ از جمله این‌که فصل «مهمانی چای دیوانه‌وار» در واقع هجویه‌ای بر مبحث ریاضیاتی کواترنیون‌هاست، مبحثی که سر ویلیام روآن همیلتون آن را ابداع کرده بود. در پی آن، در سال ۲۰۱۷، فرانسین آبلز استدلال‌هایی در رد تفسیر کواترنیونی بیلی از این مهمانی اقامه کرد. مقالهٔ حاضر، ضمن تأیید و بسط استدلال‌های آبلز، نشان می‌دهد که خوانش بیلی بر پایه مفروضات نادرست و سوءبرداشت‌هایی درباره کواترنیون‌ها استوار است. در نهایت، می‌توان نتیجه گرفت که بسیار بعید است داجسون (لوئیس کارول) هنگام نگارش فصل مهمانی چای، اساساً توجهی به مفهوم کواترنیون‌ها داشته باشد.

این مقاله ترجمهٔ مقالهٔ زیر می‌باشد:

Van Weerden, A. *Alice without quaternions: another look at the mad tea-party,* British Journal for the History of Mathematics, 37(3), (2022) 230–237.

2020 Mathematics Subject Classification. 01A70, 01A55, 00A66

واژگان کلیدی. کواترنیون‌ها، جابه‌جایی‌ناپذیری، جبر نمادین، ریاضیات در ادبیات، مهمانی چای دیوانه‌وار .
تاریخ: دریافت ۱۴۰۵/۰۳/۱۷ بازنگری ۱۴۰۵/۰۶/۲۶ پذیرش ۱۴۰۵/۰۶/۲۷ انتشار برخط ۱۴۰۵/۰۸/۱۴

نحوه ارجاع به این مقاله: م. ایمانزاده، آلیس بدون کواترنیون‌ها: نگاهی دوباره به مهمانی چای دیوانه، به سوی علوم ریاضی، ۶ (۱۴۰۵)، شماره ۲، ۱۶۸–۱۷۸.

©دانشگاه فردوسی مشهد.

۱. مقدمه

در سال ۱۸۶۶، چارلز لاتویج داجسون[۱] (۱۸۳۲–۱۸۹۸)، ریاضیدانی که با نام مستعار لوئیس کارول[۲] شهرت یافته بود، رمان خیال‌پردازانه و مشهور «ماجراهای آلیس در سرزمین عجایب»[۳] را منتشر کرد و در پی آن، در سال ۱۸۷۲، کتاب «آن‌سوی آینه و آنچه آلیس آنجا یافت»[۴] را به چاپ رساند. تاکنون تفاسیر گوناگونی درباره بی‌معنایی ظاهری کتاب‌های آلیس ارائه شده است؛ در دهۀ ۱۹۸۰ نیز هلنا پیسیور[۵] تفسیرهای بدیع ریاضیاتی را به این مجموعه افزود [۱۵، ص. ۱۵۷].

جبر در طول تاریخ همواره از قوانین حساب پیروی می‌کرد؛ اما در دوران حیات داجسون، ریاضیدانان در حال دگرگون‌سازی و به چالش کشیدن حقایق مطلق ریاضیات بودند. پیش از آغاز سدۀ نوزدهم، اعداد موهومی و اعداد منفی به دنیای ریاضیات معرفی شده بودند و در سال ۱۸۳۰، جرج پیکاک[۶] (۱۷۹۱–۱۸۵۸) اثری با عنوان «رساله‌ای در باب جبر»[۷] به چاپ رساند [۱۳]. این اثر رویکردی نمادین به جبر را تبیین می‌کرد که در آن، موجودیت‌های تعریف‌نشده نیز به رسمیت شناخته می‌شدند. سپس در سال ۱۸۴۳، سر ویلیام روآن همیلتون[۸] (۱۸۰۵–۱۸۶۵) موفق به کشف کواترنیون‌ها[۹] شد که دارای ویژگی جابه‌جایی‌ناپذیری بودند. این کشف برای نخستین بار نشان داد که یکی از قوانین بنیادین حساب، به‌طور جهان‌شمول صادق نیست.

داجسون برخی از این تحولات نوین را نمی‌پذیرفت. پیسیور [۱۵، ص. ۱۵۷] با اشاره به این‌که در انگلستان، اوایل سدۀ نوزدهم، انتقادهای وارد بر ریاضیات غالباً در قالبی طنزآمیز مطرح می‌شد، چنین استدلال می‌کند که داجسون نیز در کتاب‌های «آلیس» از ابزار طنز برای به سخره گرفتن این تحولات بهره جسته است. وی در ادامه مطرح می‌سازد که جبر نمادین، الهام‌بخش اصلی داجسون در نگارش مجموعۀ کتاب‌های آلیس بوده است:

> در واقع، با جولان تصوراتی از قبیل ضرب خطوط در خطوط، مقادیری کمتر از هیچ[۱۰]، و جبر نمادین در ذهن او بود که داجسون برای نخستین بار به خلق جهانی دیگر (دنیای زیرزمین) همت گماشت؛ جهانی که بی‌معنایی و دلبخواهی در آن سیطره داشت [۱۵، ص. ۱۶۳].

---

[1] Charles Lutwidge Dodgson

[2] Lewis Carroll

[3] Alice's adventures in Wonderland

[4] Through the looking glass, and what Alice found there

[5] Helena Pycior

[6] George Peacock

[7] A treatise on algebra

[8] Sir William Rowan Hamilton

[9] Quaternions

[۱۰] داجسون، هرچند از اعداد منفی استفاده می‌کرد، ظاهراً با تعاریف رایج آن دوران برای این اعداد چالش داشت؛ تعاریفی که آن‌ها را به‌مثابۀ کمیت‌هایی «کمتر از هیچ» یا کمیت‌هایی حاصل از «تفریق کمیتی بزرگ‌تر از کمیتی کوچک‌تر» در نظر می‌گرفت [۱۵، ص. ۱۵۱].

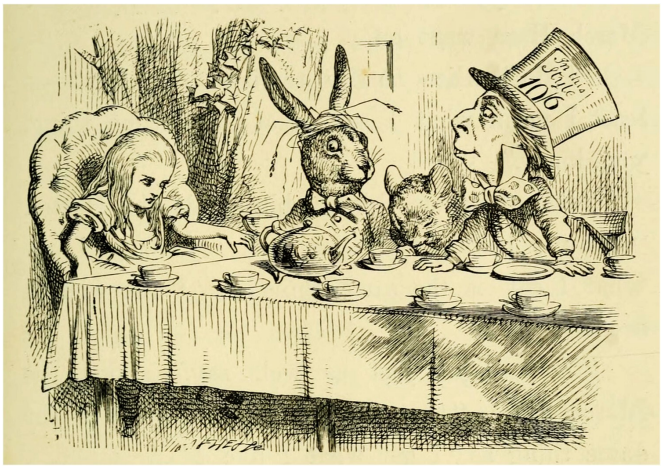
در سال ۲۰۰۹، ملانی بیلی[11] مقاله‌ای با عنوان «ماجراهای آلیس در جبر: رازگشایی از سرزمین عجایب»[12] در نشریهٔ نیو ساینتیست[13] منتشر ساخت [۳]. یکی از فرضیه‌های مطرح‌شده از سوی بیلی این بود که داجسون در فصل مربوط به «مهمانی چای دیوانه‌وار»، کواترنیون‌های همیلتون را به سخره گرفته است [۴، صص. ۹۵–۱۱۱]. در سال ۲۰۱۷، فرانسین آبلز[14] در مقاله‌ای با عنوان «پیرامون صحت برخی ایده‌های نوین ریاضیاتی در ماجراهای آلیس در سرزمین عجایب»[15]، این تفسیر را به چالش کشید [۱].

> من از [بیلی] پرسیدم که با وجود آگاهی از این‌که هیچ‌گونه گواهی مبنی بر آشنایی کارول با آثار همیلتون در دست نیست، به چه علت در تفاسیر خود از ماجراهای آلیس در سرزمین عجایب به وی استناد کرده است. وی در توجیه این امر اظهار داشت که «در دوران حیات کارول، نام و اندیشه‌های همیلتون در فضای آن زمان مطرح بود [در هوا جریان داشت]». با این وجود، از منظر تاریخ‌نگاری، این مسئله استدلال معتبری برای برقراری چنین پیوندی به شمار نمی‌آید [۱، ص. ۱۴].

در پژوهش حاضر، با تبیین دلایل نادرستی تفسیر کواترنیونی بیلی، انتقاد آبلز گسترش می‌یابد.

۲. مهمانی چای و مفروضات نادرست

در فصل هفتم کتاب ماجراهای آلیس در سرزمین عجایب، آلیس با کلاه‌دوز، خرگوش ماه مارس و موش زمستان‌خواب مواجه می‌شود که پیرامون میزی برای صرف چای در ساعت شش چیده شده، گرد هم آمده‌اند [۴، صص. ۹۵–۱۱۱]. شخصیت «زمان» در این صحنه غایب است، اما از آنجا که وی ساعت را روی شش متوقف کرده، همواره زمان صرف چای است و شخصیت‌های حاضر در این میان مجال شستن ظروف را ندارند؛ ازاین‌رو، «همین‌که ظروف استفاده [و کثیف] می‌شوند»، آن‌ها «پیوسته دور میز جابه‌جا می‌شوند» [۴، ص. ۱۰۴].



شکل ۱: آلیس در مهمانی چای دیوانه‌وار [۴، ص. ۹۷].

---

[11] Melanie Bayley

[12] Alice's adventures in algebra: Wonderland solved

[13] New Scientist

[14] Francine Abeles

[15] On the truth of some new mathematical ideas in Alice's adventures in Wonderland

تفسیر کواترنیونی بیلی از فصل مهمانی چای بر پایهٔ مفهوم جابه‌جایی‌ناپذیری موجود در یکی از مکالمات و چرخش شخصیت‌ها به دور میز شکل گرفته است. با این حال، در اینجا نشان خواهیم داد که جابه‌جایی‌ناپذیری لزوماً به معنای آگاهی از کواترنیون‌ها نیست و دیدگاه بیلی درباره کواترنیون‌ها و چرخش‌ها ناقص بوده است.

۱.۲. **جابه‌جایی‌ناپذیری.** همیلتون سال‌ها در پی یافتن تعمیمی برای اعداد موهومی یا مختلط بود تا به کمک آن بتواند فضای سه‌بعدی را توصیف کند. با فرض این‌که a و b اعداد حقیقی باشند و $i = \sqrt{-1}$، اعداد مختلط به فرم $a + \mathrm{i}b$ از یک جملهٔ حقیقی و یک جملهٔ موهومی تشکیل می‌شوند. این اعداد برای توصیف یک صفحه به کار می‌روند؛ از این‌رو، انتظار می‌رفت که برای توصیف فضای سه‌بعدی از سه‌تایی‌هایی متشکل از یک جملهٔ حقیقی و دو جملهٔ موهومی، یعنی $a + \mathrm{i}b + \mathrm{j}c$، استفاده شود. اما همیلتون نتوانست عمل ضرب مناسبی برای این سه‌تایی‌ها بیابد و سرانجام در سال ۱۸۴۳ دریافت که باید جملهٔ موهومی دیگری نیز به آن‌ها بیفزاید. این کار به شکل‌گیری مجموعه‌هایی چهارجمله‌ای به فرم $a + \mathrm{i}b + \mathrm{j}c + \mathrm{k}d$ انجامید که وی آن‌ها را کواترنیون نامید.[۱۶] کواترنیون‌ها یک جبر را تشکیل می‌دادند؛ اما جبری که فاقد ویژگی جابه‌جایی‌پذیری بود.

بیلی استدلال کرد که این جابه‌جایی‌ناپذیری را می‌توان در مکالمات گرد میز نیز بازشناخت:

> پاسخ‌های آلیس نیز به همان اندازه جابه‌جایی‌ناپذیرند. هنگامی که خرگوش از او می‌خواهد که «منظورش را بگوید»، آلیس پاسخ می‌دهد که همین کار را می‌کند: «دست‌کم منظورم همان چیزی است که می‌گویم ــ که هر دو یکی است.» کلاه‌دوز می‌گوید: «اصلاً یکی نیستند! با این استدلال، به همان سادگی می‌توانی بگویی که «آنچه را می‌خورم، می‌بینم» با «آنچه را می‌بینم، می‌خورم» یکسان است!» [۳]؛ [۴، ص. ۹۸].

با این وجود، در سال ۱۸۵۸، یعنی پانزده سال پس از کشف کواترنیون‌ها، آرتور کیلی[۱۷] (۱۸۲۱–۱۸۹۵) رساله‌ای با عنوان «جستاری در باب نظریهٔ ماتریس‌ها»[۱۸] منتشر ساخت که در آن به بررسی ماتریس‌های مربعی و دترمینان‌های آن‌ها پرداخته بود. وی ضمن ارائهٔ «قاعدهٔ ضرب یا ترکیب دو ماتریس»، خاطرنشان ساخت: «باید توجه داشت که این عملگر، جابه‌جایی‌پذیر نیست» [۵، ص. ۲۱].

پرواضح است که در اوایل دههٔ ۱۸۶۰، زمانی که داجسون در حال نگارش نخستین کتاب آلیس بود، ویژگی جابه‌جایی‌ناپذیری دیگر در انحصار کواترنیون‌ها نبود. افزون بر این، داجسون شخصاً در سال ۱۸۶۷ اثری با عنوان «رساله‌ای مقدماتی دربارهٔ دترمینان‌ها» منتشر ساخت [۷]. وی در این اثر تنها یک بار واژهٔ «ماتریس» را به کار برد؛ چرا که ترجیح می‌داد از واژهٔ ابداعی خود، یعنی «بلوک‌ها»، استفاده کند [۷، ص. iv]. با این وجود، از آنجا که او آشنایی عمیقی با ماتریس‌ها داشت، بی‌شک از ضرب جابه‌جایی‌ناپذیر آن‌ها نیز آگاه بوده است.

۲.۲. **چرخش‌ها و جمله‌های افزوده‌شده.** بیلی در ادامه پیشنهاد می‌کند که کواترنیون‌ها را می‌توان در چرخش‌های شخصیت‌ها به دور میز در مهمانی چای دیوانه‌وار بازشناخت [۳]:

> همان‌گونه که اعداد مختلط بر پایه دو جمله استوارند، کواترنیون‌ها به سیستمی عددی تعلق دارند که بر چهار جمله بنا شده است [...] اکنون آلیس بر سر میزی با سه شخصیت عجیب نشسته است: کلاه‌دوز، خرگوش ماه مارس و موش زمستان‌خواب. شخصیت زمان [...] غایب است [...]. اگر این صحنه را با در نظر داشتن ریاضیات همیلتون مطالعه کنیم، اعضای حاضر در مهمانی چای کلاه‌دوز نمایانگر سه جمله از یک کواترنیون

[۱۶] این‌که همیلتون در وهلهٔ نخست این کشف را به‌منزلهٔ افزودن سومین جملهٔ موهومی به سه‌تایی‌ها می‌انگاشت، از نامه‌ای که وی یک روز پس از کشف کواترنیون‌ها به دوست خود، جان گریوز (۱۸۰۶–۱۸۷۰)، نگاشته بود، آشکار می‌شود [۱۰، ص. ۴۹۱].

[17] Arthur Cayley

[18] A memoir on the theory of matrices

> هستند که در آن، جملهٔ چهارم و بسیار پراهمیت، یعنی زمان، از قلم افتاده است. به ما گفته می‌شود که در غیاب زمان، شخصیت‌ها پشت میز چای گرفتار شده‌اند و پیوسته در حال چرخش به دور میزند تا فنجان‌ها و نعلبکی‌های تمیز بیابند. حرکت آن‌ها به دور میز، یادآور تلاش‌های اولیهٔ همیلتون برای محاسبهٔ حرکت است؛ تلاشی که پیش از افزودن زمان به این ترکیب، صرفاً به چرخش‌هایی در یک صفحه محدود می‌شد [۳].

در نگاه نخست کاملاً روشن نیست که بیلی دقیقاً چه چیزی را به‌مثابهٔ جملهٔ «زمان» در کواترنیون‌ها در نظر گرفته است. همیلتون جملهٔ حقیقی یک کواترنیون را بخش «اسکالر» و ترکیب سه جملهٔ موهومی را بخش «برداری» آن می‌نامید؛ از این رو، می‌توان استنباط کرد که بیلی همان بخش اسکالر را مدنظر داشته است. همیلتون در درس‌گفتارهای خویش، بخش اسکالر کواترنیون را یک «واحد فرامکانی» خوانده است [۱۱، پیش‌گفتار، ص. ۶۰] و بیلی مطرح می‌کند که این در واقع همان جملهٔ «اضافی» زمان بوده است که همیلتون به سیستم افزود:

> او با افزودن مؤلفهٔ چهارم به چرخش سه‌بعدی مدنظر خود دست یافت، اما در مفهوم‌پردازی معنای این مؤلفهٔ اضافی با چالش روبه‌رو بود. وی نیز همانند بسیاری از اندیشمندان عصر ویکتوریا[19] بر این باور بود که این مؤلفه لزوماً باید دلالت بر معنای خاصی داشته باشد؛ ازاین‌رو، در پیش‌گفتار کتاب درس‌گفتارهایی در باب کواترنیون‌ها در سال ۱۸۵۳، پانویسی بدین شرح افزود: «برای من طبیعی به نظر می‌رسید (و همچنان نیز چنین است) که این واحد فرامکانی را با مفهوم زمان پیوند دهم.» [۳]

بر این اساس، با توجه به این‌که بیلی جملهٔ اسکالر را با زمان مرتبط می‌داند، به نظر می‌رسد که دیدگاه او درباره کواترنیون‌ها و چرخش‌ها بر دو سوءبرداشت استوار شده است.

سوءبرداشت نخست بر این است که سه‌تایی‌ها قادر به توصیف چرخش‌ها نیستند، چرا که چنین امری مستلزم تعریف ضرب برای سه‌تایی‌هاست. در واقع، همیلتون نتوانست عملگر ضرب مناسبی برای سه‌تایی‌ها بیابد؛ از این رو، «تلاش‌های اولیهٔ» او با استفاده از سه جمله، به «چرخش‌هایی در یک صفحه» نینجامید. افزون بر این، همیلتون تنها در سال ۱۸۴۴، یعنی یک سال پس از کشف کواترنیون‌ها، توانست پیوند آن‌ها را با مفهوم چرخش برقرار سازد [۱۴].

سوءبرداشت دوم به این موضوع بازمی‌گردد که جمله‌ای که همیلتون به‌عنوان مؤلفهٔ چهارم به سه‌تایی‌ها افزود، بخش اسکالر (که بیلی فرض می‌کرد با مفهوم زمان پیوند دارد) نبود؛ بلکه سومین بخش موهومی آن بود. به‌عبارت دیگر، همیلتون «زمان را به این ترکیب اضافه نکرد». اعداد مختلط به فرم $a + \mathrm{ib}$، سه‌تایی‌ها به فرم $a + \mathrm{ib} + \mathrm{jc}$ و کواترنیون‌ها به فرم $a + \mathrm{ib} + \mathrm{jc} + \mathrm{kd}$ همگی دارای یک بخش اسکالرند. بر این اساس، اگر بخش اسکالر در قالب شخصیت «زمان» تجسم یافته باشد، غیبت او از سر میز مهمانی، هرگونه تناظر احتمالی با کواترنیون‌ها، سه‌تایی‌ها یا اعداد مختلط را از میان می‌برد.

آشنایی داجسون با اعداد مختلط را می‌توان از رسالهٔ وی در سال ۱۸۶۷ استنباط کرد؛ او در آنجا به کتاب جبر اثر پیکاک که به بررسی اعداد مختلط می‌پردازد، ارجاع داده است [۷، پیش‌گفتار، ص. ۵]. بنابراین، حتی اگر داجسون با کواترنیون‌ها نیز آشنایی می‌داشت، هرگز دچار چنین خطای فاحشی نمی‌شد که شخصیت زمان را از میز مهمانی حذف کند.

۳. کواترنیون‌ها و زمان

ایراد دوم آبلز دقیقاً ناظر بر همین تفسیر مبتنی بر «زمان» از مفهوم «واحد فرامکانی» بود. به نظر می‌رسد که جمله‌ای که بیلی از پانویس کتاب درس‌گفتارها نقل کرده است، تنها بخش کوچکی از نوشتهٔ اصلی همیلتون را در بر می‌گیرد:

---

[19] Victorians

> برای من طبیعی به نظر می‌رسید (و همچنان نیز چنین است) که این واحد فرامکانی را با مفهوم [...] زمان مرتبط بدانم؛ زمانی که در اینجا صرفاً به‌عنوان محوری از یک پیشروی پیوسته و تک‌بعدی در نظر گرفته می‌شود. اما چه زمان و فضا را این‌گونه توأمان در نظر بگیریم، و چه به‌طور کلی هر سیستمی متشکل از چهار محور مستقل یا مقیاس‌های پیشروی شامل (u, i, j, k) را تصور کنیم، من برآنم تا از بررسی‌های فوق، «قانون چهار مقیاس» را استنتاج کنم [۱۱، پیش‌گفتار، ص. ۶۰].

بر اساس این توضیحات، آبلز نتیجه گرفت که «زمان عنصری از جبر کواترنیونی نیست» [۱، ص. ۱۳]. همیلتون نه‌تنها در این پانویس به بررسی برداشت خود از مفهوم «زمان» پرداخته، بلکه برای نشان دادن خاستگاه کواترنیون‌ها، بخش عمده‌ای از پیش‌گفتار کتاب درس‌گفتارها را به بحث درباره ایده‌های پیشین خود اختصاص داده است؛ از جمله ایدهٔ «جبر به‌عنوان علم زمان محض» که آن را در سال ۱۸۳۵ مطرح کرده بود [۹].

بیلی درباره این تلقی از جبر چنین اظهار می‌دارد:

> به باور همیلتون، همان‌گونه که هندسه امکان کاوش در فضا را فراهم می‌آورد، جبر نیز بستر لازم برای بررسی «زمان محض» را مهیا می‌کرد؛ مفهومی غامض و گنگ که وی از ایمانوئل کانت[۲۰] اقتباس کرده بود و قرار بود به‌مثابهٔ نوعی ایدئال افلاطونی زمان، و متمایز از زمان عینی تجربه‌شده توسط ما انسان‌ها باشد [۳].

یا، همان‌گونه که خود همیلتون بیان کرده است، وی «زمان» را «موجودیتی انتزاعی، آرمانی یا محض در نظر گرفته بود؛ درست مانند آن «فضایی» که موضوع علم هندسه است» [۱۱، پیش‌گفتار، ص. ۲].

همیلتون نگارش کتاب درس‌گفتارها را در سال ۱۸۴۸ آغاز کرد؛ اما پیش از آن، در حدود سال‌های ۱۸۴۵ یا ۱۸۴۶، در دیدگاه خود مبنی بر این‌که «جبر علم زمان محض است» تجدیدنظر کرده بود. دلیل اصلی این امر، محدودیتی بود که این دیدگاه بر جبر تحمیل می‌کرد؛ یکی از پیامدهای رویکرد مذکور این بود که عمل ضرب همواره می‌بایست شرکت‌پذیر باشد [۱۲، صص. ۴۶، ۴۹]. این محدودیت تا زمانی که جبر از قوانین حساب پیروی می‌کرد، پذیرفتنی بود. با این حال، در دسامبر ۱۸۴۳، یعنی دو ماه پس از آن‌که همیلتون کواترنیون‌های جابه‌جایی‌ناپذیر را کشف کرد، جان گریوز[۲۱] به اُکتاوها[۲۲] یا اُکتونیون‌ها[۲۳] دست یافت. این اعداد که با افزودن چهار جملهٔ موهومی دیگر، تعمیمی بر کواترنیون‌ها به شمار می‌رفتند، نه جابه‌جایی‌پذیر بودند و نه شرکت‌پذیر.[۲۴] اگرچه پذیرش جبری فاقد خاصیت شرکت‌پذیری برای همیلتون ناخوشایند بود، محدودیت‌های ناشی از این مسئله سبب شد که تبیین جبر به‌عنوان علم زمان محض دیگر قابل دفاع نباشد. در نتیجه، وی به رویکرد رقیب خود یعنی رویکرد پیکاک گرایش یافت که جبر را «نظامی از نشانه‌ها و ترکیب‌های آن‌ها» می‌دانست [۱۲، صص. ۵۲–۵۳].

بنابراین، زمان نه‌تنها بخشی از جبر کواترنیونی نبود، بلکه تعمیم این اعداد، یعنی اُکتاوها، عملاً به پیوندی که همیلتون پیش‌تر میان جبر و زمان محض برقرار کرده بود نیز پایان بخشید.

۱.۳. **زمان و فضا.** اما از پانویس پیش‌گفتار کتاب درس‌گفتارها نیز کاملاً پیداست که همیلتون ایدهٔ خود مبنی بر «بررسی توأمان زمان و فضا» را از منظر فلسفی به‌کلی کنار نگذاشته بود. در سال ۱۸۵۲، همیلتون نوشت که دیدگاه او نسبت به جبر به‌عنوان علم

---

[20] Immanuel Kant

[21] John Graves

[22] octaves

[23] octonions

[۲۴] ظاهراً همیلتون در سال ۱۸۴۴، ضمن بررسی سیستم جدید گریوز، اصلی را در علم حساب کشف کرد که خود آن را قانون «شرکت‌پذیری» نامید [۱۲، ص. ۵۰].

زمان محض، «خاستگاه کواترنیون‌ها» بوده است و آگاهی از این دیدگاه‌ها برای دانشجویان و پژوهندگان آثار بعدی او در باب هندسه سودمند خواهد بود [۱۲، ص. ۵۴].

افزون بر این، وی در سال ۱۸۴۶ در شعر «تتراکتیس»[۲۵] (واژه‌ای یونانی به معنای چهارجمله‌ای یا کواترنیون) به این موضوع اشاره کرده بود [۸، ص. ۵۲۴]:

> و این‌که چگونه آن یگانهٔ زمان، و سه‌گانهٔ فضا،
> شاید که در زنجیرهٔ نماد، به یکدیگر گره خورند.
> [.....]
> آموزه‌ای فیثاغورثی با ردپایی محو و تار؛
> رؤیای رازآلود شناور به‌سوی غرب، از عدد چهار.

این امر ما را به تأملی دیگر رهنمون می‌سازد. فرض کنید که داجسون با کواترنیون‌ها آشنا بوده است؛ نه به‌طور عمیق و تخصصی، بلکه از طریق همین شعر (چرا که همیلتون اشعارش را برای دوستان بسیاری ارسال می‌کرد). در این صورت، حتی اگر داجسون به‌اشتباه فرض کرده باشد که زمان بخشی از جبر کواترنیونی است، شخصیت «زمان» همچنان غایب از سر میز است و بدون وجود جملهٔ اسکالر، هیچ کواترنیون، سه‌تایی یا عدد مختلطی در کار نخواهد بود.

۴. آداب معاشرت عصر ویکتوریایی

با این حال، ممکن است این ایراد مطرح شود که توصیف نادرست ریاضیاتی، اشتباه بیلی بوده است و نه داجسون. در این صورت، این پرسش پیش می‌آید که اگر فرض کنیم مقصود داجسون صفر در نظر گرفتن بخش اسکالر کواترنیون بوده، آیا صحنهٔ مهمانی چای دیوانه‌وار همچنان از انسجام درونی برخوردار خواهد بود؟ هرچند حذف کامل شخصیت «زمان» از سر میز همچنان غیرمنطقی می‌نماید، در این حالت آن چهار شخصیت می‌توانند تجسمی از یک کواترنیون محض به‌صورت $0 + \mathrm{ib} + \mathrm{jc} + \mathrm{kd}$ باشند؛ و این دست از کواترنیون‌ها، در واقع بازنمود چرخش‌هایی در فضای حقیقی‌اند.

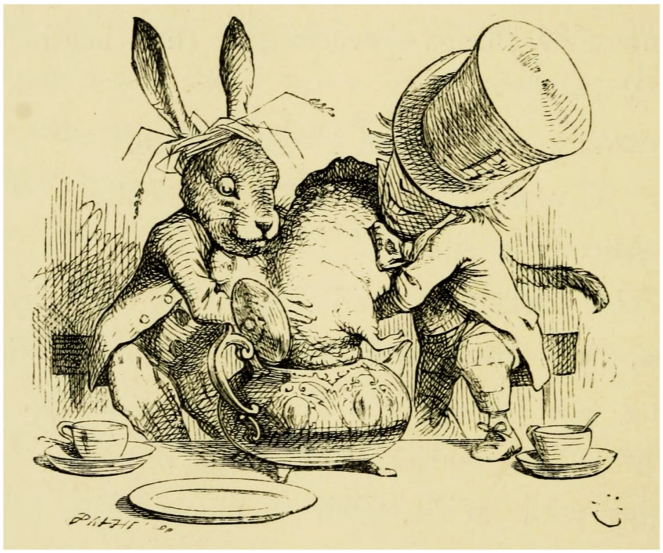
با وجود این، بخش پایانی فصل این فرضیه را مخدوش می‌سازد؛ در واپسین باری که آلیس آن‌ها را دید، کلاه‌دوز و خرگوش ماه مارس در تلاش بودند تا موش زمستان‌خواب را درون قوری چای جای دهند [۴، ص. ۱۱۰].

> این امر بیلی را بر آن داشت تا پیشنهاد کند که این [خلاص شدن از شر موش زمستان‌خواب] می‌توانست راهی برای رهایی آنان باشد. اگر آن‌ها تنها می‌توانستند او را از میان بردارند، قادر بودند به‌صورت مستقل، در قالب یک عدد مختلط با دو جمله به حیات خود ادامه دهند. از منظر داجسون، اگرچه آن‌ها در این حالت همچنان دیوانه می‌مانند، دست‌کم از چرخش بی‌پایان به دور میز رهایی می‌یافتند.

اما واقعیت چیز دیگری است. آن‌ها به‌عنوان بخش برداری یک کواترنیون یعنی $\mathrm{ib} + \mathrm{jc} + \mathrm{kd}$، با از دست دادن موش زمستان‌خواب، به بخش برداری یک سه‌تایی یعنی $\mathrm{ib} + \mathrm{jc}$ تقلیل می‌یابند؛ و یا به‌عنوان بخش برداری یک کواترنیون باقی می‌مانند که در آن، اکنون هر دو جملهٔ مربوط به «زمان» و «موش زمستان‌خواب» برابر صفر قرار گرفته‌اند: $0 + \mathrm{ib} + 0 + \mathrm{kd}$. به نظر نمی‌رسد در یک سه‌تایی با جملهٔ اسکالر صفر، یا در یک کواترنیون با دو جملهٔ صفر، طنز ریاضیاتی چندانی نهفته باشد؛ منطقی‌تر آن است که بگوییم مایهٔ طنز ماجرا در همان تلاش آن‌ها برای چپاندن موش زمستان‌خواب در قوری چای است.

---

[25] Tetractys



شکل ۲: تلاش برای انداختن موش زمستان‌خواب به درون قوری چای [۴، ص. ۱۱۰].

در حقیقت، دستمایهٔ داجسون برای طنزپردازی فراتر از ریاضیات بود. در سال ۲۰۱۴، فیلیپ آرداگ[۲۶] اظهار داشت که داجسون در فصل مهمانی چای، قواعد رفتاری بسیار سخت‌گیرانهٔ عصر ویکتوریایی را به سخره گرفته است. داجسون پیش‌تر در سال ۱۸۵۵، مقاله‌ای کوتاه و طنزآمیز با عنوان «نکاتی دربارهٔ آداب معاشرت؛ یا، آسان‌سازی غذا خوردن در بیرون»[۲۷] منتشر کرده بود [۶، ص. ۳۳] و در آن «بایدها و نبایدهای سر میز شام»[۲۸] در دورهٔ ویکتوریا را هجو کرده بود [۲].

برای مردمان عصر ویکتوریا که در دورانی با هنجارهای به‌شدت خشک و سخت‌گیرانهٔ اجتماعی می‌زیستند، خواندن ماجرای شخصیت‌هایی که با غذا بازی می‌کنند، و نیز تجسم کلاه‌دوز و خرگوش ماه مارس که بر روی صندلی‌ها و حتی میز ایستاده‌اند و در همان حال می‌کوشند موش زمستان‌خواب را به‌زور درون قوری بچپانند، احتمالاً به‌خودی‌خود بسیار مضحک و سرگرم‌کننده بوده است.

سپاس‌گزاری

از داور گرانقدر که با ارائهٔ نظرات ارزشمند خود، ما را در بهبود نگارش و انسجام این ترجمه یاری کرد، صمیمانه سپاس‌گزارم.

مترجم اعلام می‌دارد که در تهیهٔ پیش‌نویس و ویرایش زبانی نسخهٔ اولیهٔ این مقاله، از ابزارهای هوش مصنوعی استفاده کرده است. با این حال، محتوای نهایی به‌دقت توسط وی بازبینی، ویرایش و تأیید شده است تا از دقت و صحت علمی متن اطمینان حاصل شود.

[26] Philip Ardagh

[27] Hints for etiquette; or, dining out made easy

[28] Dos and Don’ts at the dinner table

مراجع

1. F.F. Abeles, *On the truth of some new mathematical ideas in* ***Alice's Adventures in Wonderland****,* The Carrollian, **29**, (2017) 3–20. http://thecarrollian.org.uk/cgi-bin/abc.pl?TYPE=Issue&ID=CAR29&BACK=A
2. P. Ardagh, *Eating and drinking in* ***Alice's Adventures in Wonderland****,* British Library, Discovering Literature: Romantics & Victorians, 2014. https://www.bl.uk/romantics-and-victorians/articles/eating-and-drinking-in-alices-adventures-in-wonderland
3. M. Bayley, *Alice's adventures in algebra: Wonderland solved,* New Scientist, 2009. https://www.newscientist.com/article/mg20427391-600-alices-adventures-in-algebra-wonderland-solved
4. L. Carroll, *Alice's adventures in Wonderland*. MacMillan and Co. 1866.https://archive.org/details/alicesadventur00carr
5. A. Cayley, *A memoir on the theory of matrices,* Philos. Trans. R. Soc. London, **148**, (1859) 17–37. https://archive.org/details/philosophicaltra1481roya/page/n37
6. C.L. Dodgson, *Hints for etiquette; or, dining out made easy,* In S. D. Collingwood (Ed.), In The Lewis Carroll picture book (pp. 33–34). T. Unwin. 1855/1899. https://archive.org/details/lewiscarrollpict00carruoft
7. C.L. Dodgson, *An elementary treatise on determinants*. MacMillan and Co. 1867. https://archive.org/details/elementarytreati00carr
8. R.P. Graves, *Life of Sir William Rowan Hamilton, Knt. &c* (Vols. 1–3). Hodges, Figgis, & Co. 1882–1889.https://archive.org/details/lifeofsirwilliam01gravuoft
9. W.R. Hamilton, *Theory of conjugate functions, or algebraic couples; with a preliminary and elementary essay on algebra as the science of pure time. Trans. R. Irish Acad.,* **17**, (1837) 293–422. https://www.maths.tcd.ie/pub/HistMath/People/Hamilton/PureTime/
10. Hamilton, W.R. *Letter to John T. Graves of October 17, 1843.* London and Edinburgh Philosophical Magazine and Journal of Science, **25** (1844) no. 2, 490–495. https://archive.org/details/londonedinburghp25lond
11. Hamilton, W.R. *Lectures on quaternions*, Hodges and Smith, 1853. https://archive.org/details/lecturesonquater1853hami
12. Øhrstrøm, P. *W. R. Hamilton's view of algebra as the science of pure time and his revision of this view, Hist. Math.* 12, (1985) 45–55. https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0315086085900679/pdf
13. Peacock, G. *A treatise on algebra*. J. & J. J. Deighton, 1830.https://babel.hathitrust.org/cgi/pt?id=ucm.5305745941&seq=5

14. Pujol, J. *On Hamilton's nearly-forgotten early work on the relation between rotations and quaternions and on the composition of rotations,* Am. Math. Mon. **121** (2014) no. 6, 515–521.

15. Pycior, H.M. *At the intersection of mathematics and humor: Lewis Carroll's "Alices" and symbolical algebra,* Vic. Stud., **28** (1984) no. 1, 149–170. http://www.jstor.org/stable/3826762

Towards Mathematical Sciences

Vol. 6, No. 2, Autumn and Winter 2026, pp. 168–178

DOI. 10.22067/tmsj.2026.99231.1094

Expository Article

https://tmsj.um.ac.ir

ALICE WITHOUT QUATERNIONS: ANOTHER LOOK AT THE MAD TEA-PARTY

MEHDI IMANZADEH[1]

Department of Chemistry, PaM.C., Islamic Azad University, Parsabad Moghan, Iran
imanzade@iau.ac.ir

Abstract. Ever since the publication of Lewis Carroll's Alice's adventures in Wonderland (1866), interpretations of its apparent nonsense have been given. In 2009, Melanie Bayley added new interpretations, for instance, that the chapter about the mad tea-party mocked the quaternions of Sir William Rowan Hamilton. In 2017, Francine Abeles argued against Bayley's quaternion interpretation of the tea-party, and these arguments will be supported and extended by showing that Bayley's interpretation is based on erroneous assumptions about quaternions. It can be concluded that it is indeed very unlikely that Dodgson had the quaternions in mind when writing the tea-party chapter.

2020 Mathematics Subject Classification. 01A70, 01A55, 00A66

Keywords. Quaternions; Non-commutativity; Symbolic algebra; Mathematics in literature; Mad tea-party.

Date: Rceived 07-06-2026 Revised 17-09-2026 Accepted 18-09-2026 Available Online 5-11-2026

©Ferdowsi University of Mashhad.